

### 3 Mechanika kvapalín a plynov

- kvapaliny a plyny sa označujú spoločným názvom **tekutiny**, tekutiny nemajú vlastný tvar a sú ľahko deliteľné
- základné **vlastnosti** reálnych kvapalín:
  - o sú tekuté, nadobúdajú tvar nádoby, do ktorej boli naliate. Na voľnom povrchu utvárajú voľnú hladinu, ktorá je v pokoji kolmá na tiažovú silu.
  - o príčinou rozdielnej tekutosti kvapalín a odporu proti pohybu a zmene tvaru je **vnútorné trenie (viskozita)** kvapalín
  - o sú veľmi málo stlačiteľné
  - o v kvapalinách, ktoré sú v pokoji, pôsobia tlakové sily kolmo na ľubovoľnú rovnú plochu
  - o pri kvapalinách sa vyskytujú kapilárne javy
- na opis jednotlivých dejov sa zavádza model **ideálnej kvapaliny** a **ideálneho plynu**:
- **ideálna kvapalina**:
  - o spojitá (kontinuum)
  - o bez vnútorného trenia (dokonale tekutá)
  - o nestlačiteľná
- **ideálny plyn**:
  - o dokonale stlačiteľný

#### 3.1 statika tekutín

- statika sa zaoberá tekutinami v pokoji

##### 3.1.1 Pascalov zákon

- **Pascalov zákon**: Tlak v kvapaline vyvolaný vonkajšou silou je vo všetkých miestach rovnaký (pôsobí všetkými smermi)
- stav kvapaliny v pokoji v istom mieste určuje tlak, pre ktorý platí:

$$p = \frac{F}{S}$$

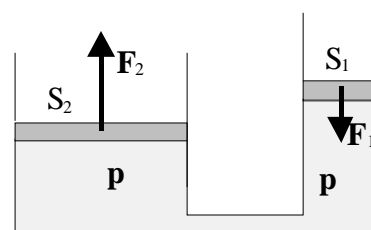
- jednotkou tlaku je **pascal**, pre ktorý platí:

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = N \cdot m^{-2} = Pa$$

- **hydraulický lis**:

- o pomocou hydraulického lisu môžeme dosiahnuť niekoľkonásobné zväčšenie pôsobiacej vonkajšej sily

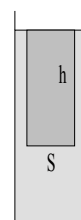
$$p \text{ platí: } F_2 = p \cdot S_2 = \frac{F_1}{S_1} \cdot S_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$



##### 3.1.2 hydrostatický tlak v kvapaline

- je vyvolaný vlastnou tiažou kvapaliny, teda hydrostatický tlak má zmysel len v tiažovom poli
- platí iba pre kvapaliny
- pre tlak v hĺbke  $h$  pod povrchom nestlačiteľnej kvapaliny hustoty  $\rho$ , spôsobený vlastnou tiažou kvapaliny, je daný vzťahom:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F_g}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{V\rho g}{S} = \frac{hS\rho g}{S} = h\rho g$$



##### 3.1.3 tlak vzduchu v izotermickej atmosfére

- predpokladáme, že teplota vzduchu je vo všetkých miestach rovnaká (je konštantná)

- pre zmenu tlaku vzduchu vo vrstve hrúbky  $dh$  platí:
  - $dp = -dh \cdot \rho \cdot g$  (znamienko mínus vyjadruje pokles tlaku s výškou)
- pre hustotu vzduchu zo stavovej rovnice platí:
  - $pV = nRT = \frac{m}{M_m} RT = \frac{\rho \cdot V}{M_m} RT \Rightarrow \rho = \frac{pM_m}{RT}$
- vzťah pre hustotu dosadíme do vzťahu pre zmenu tlaku vzduchu, úpravou dostaneme závislosť tlaku vzduchu od výšky v izotermickej atmosfére

$$dp = -\frac{pM_m}{RT} g \cdot dh$$

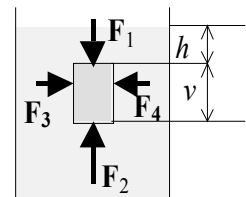
$$\frac{dp}{p} = -\frac{M_m g}{RT} dh \Rightarrow \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\int_0^h \frac{M_m g}{RT} dh$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{M_m g}{RT} h = \ln e^{-\frac{M_m g}{RT} h} \Rightarrow \frac{p}{p_0} = e^{-\frac{M_m g}{RT} h}$$

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{M_m g}{RT} h}, \text{ kde } p_0 \text{ je tlak vzduchu pri povrchu Zeme}$$

### 3.1.4 Archimedov zákon

- *Archimedov zákon*: Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované vztlakovou hydrostatickou silou, ktorej veľkosť sa rovná tiaži kvapaliny vytlačenej objemom telesa
- na teleso ponorené do kvapaliny pôsobia v dôsledku hydrostatického tlaku tlakové sily. Vo vodorovnom smere sa tlakové sily navzájom rušia (inak by sme pozorovali samovoľný pohyb ponoreného telesa pozdĺž vodnej hladiny). V zvislom smere sa v dôsledku výšky telesa prejaví odlišný tlak pri hornej a spodnej časti telesa; vzniká vztlaková sila
- pre pôsobiace sily platí:



- $F_1 = S \cdot h \cdot \rho_k \cdot g$  a  $F_2 = S \cdot (h+v) \cdot \rho_k \cdot g$
- $F_2 > F_1$
- výsledná hydrostatická vztlaková sila je orientovaná zvislo nahor a pre jej veľkosť platí:

$$F_V = F_2 - F_1 = S(h+v)\rho_k g - Sh\rho_k g = Sh\rho_k g + Sv\rho_k g - Sh\rho_k g = V\rho_k g$$

- dôsledkom Archimedovho zákona je i správanie sa telies v kvapaline. Ak je hustota telesa (pri nehomogénnom telese stredná – priemerná hustota)  $\rho_1$  a hustota kvapaliny  $\rho$ , na teleso pôsobí tiažová sila  $F_g = V\rho_1 g$  a súčasne vztlaková sila  $F_{VZ} = V\rho g$ . Môžu nastať tri prípady:

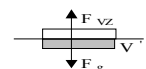


- $F_g > F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 > \rho$ , teleso v kvapaline klesá ku dnu
- $F_g = F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 = \rho$ , celkom ponorené teleso sa v kvapaline vznáša
- $F_g < F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 < \rho$ , teleso celkom ponorené do kvapaliny stúpa a čiastočne sa vynorí nad hladinu. Rovnováha nastane, keď pre objem  $V'$  ponorenej časti telesa platí:

$$F_g = F_{Vz}$$

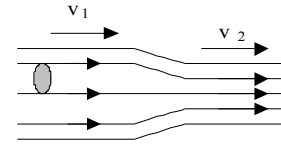
$$\blacksquare \quad m_1 g = V\rho_1 g = V'\rho g$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_1}{\rho}$$



### 3.2 dynamika tekutín

- **dynamika** sa zaoberá prúdením tekutín, obtekaním telies tekutinami
- pri prúdení kvapaliny uvažujeme, že rýchlosť prúdiacej kvapaliny je v danom mieste stála (s časom sa nemení), takéto prúdenie sa nazýva ustálené prúdenie – **laminárne prúdenie**; pri prekročení určitej rýchlosti sa laminárne prúdenie mení na **turbulentné prúdenie**
- trajektórie hmotných bodov ideálnej kvapaliny sa nazývajú **prúdové čiary (prúdnice)**. Dotyčnica v ľubovoľnom bode k prúdnici určuje smer rýchlosti pohybujúcej sa častice kvapaliny. Každým bodom kvapaliny prechádza práve jedna prúdnica. Prúdnice sa nemôžu pretínať.
- ak máme vnútri prúdiacej hladiny uzavretú krivku, ktorej každým bodom prechádza prúdnica, tak všetky tieto prúdnice tvoria plochu, ktorá sa nazýva **prúdová trubica**. Kvapalinu ohraničenú touto trubicou nazývame **prúdové vlákno**. Kvapalina, ktorá prúdi vnútri prúdovej trubice, nemôže z trubice odtečť ani pritečť do nej z okolia.

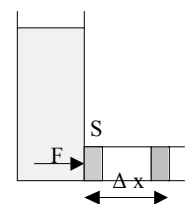


#### 3.2.1 rovnica spojitosti (kontinuity)

- **objemový tok:**
  - o keď rýchlosť prúdiacej kvapaliny je  $v$ , za jednotku času pretečie prierezom  $S$  objem kvapaliny:
    - $Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Sl}{\Delta t} = Sv, [Q_V] = m^3 \cdot s^{-1}$
- **hmotnostný tok:**
  - o keď hustota kvapaliny je  $\rho$ , za jednotku času pretečie prierezom  $S$  hmotnosť kvapaliny:
    - $Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho \frac{Sl}{\Delta t} = \rho Sv, [Q_m] = kg \cdot s^{-1}$
- keďže kvapalina nemôže stenami trubice ani vytečť, ani pritečť, musí byť hmotnostný tok v ľubovoľnom priereze prúdovej trubice stály (**zákon zachovania hmotnosti pre ustálené prúdenie kvapaliny**):
  - o  $Q_m = \rho Sv = konšt.$
  - o rovnica spojitosti v tomto tvare platí aj pre plyny
- keď uvažujeme o prúdení nestlačiteľnej kvapaliny, tak pri stálej teplote je stála aj hustota, a preto platí:
  - o  $Q_V = Sv = konšt.$
  - o ak  $S_1 > S_2 \Rightarrow v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$ , teda v mieste s najväčším prierezom kvapalina má najmenšiu rýchlosť, ale je tu najväčší tlak, a naopak v mieste s najmenším prierezom kvapalina má najväčšiu rýchlosť, no je tu najmenší tlak

#### 3.2.2 tlaková energia

- kvapalina pod tlakom môže konať prácu, má energiu, ktorá sa nazýva **tlaková energia**
- keď v nádobe podľa obr. udržiavame voľnú hladinu kvapaliny v rovnakej výške, tak sa piest pôsobením tlakovej sily  $F = pS$  posunie o dĺžku  $\Delta x$ , pritom vykoná prácu
  - o  $W = F \cdot \Delta x = p \cdot S \cdot \Delta x = p \cdot \Delta V$
- pre tlak kvapaliny platí:
  - o  $p = \frac{\Delta W}{\Delta V}, [p] = J \cdot m^{-3}$



- číselná hodnota tlaku kvapaliny určuje číselnú hodnotu tlakovej energie kvapaliny pripadajúcu na jednotkový objem

### 3.2.3 Bernoulliho rovnica

- kvapalina prúdiaca v trubici má tlakovú energiu, potenciálnu energiu a kinetickú energiu pripadajúcu na jednotkový objem
- platí rovnica:

- $p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konšt.}$

- táto rovnica vyjadruje zákon zachovania energie prúdiacej kvapaliny

- ak kvapaliny prúdi vo vodorovnej trubici, platí:

- $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

- výška kvapaliny v manometrických trubicách určuje tlak kvapaliny v príslušnom mieste

- $p_1 = h_1'\rho g + p_0$

- $p_2 = h_2'\rho g + p_0$ , kde  $p_0$  je atmosférický tlak

- **meranie rýchlosti prúdiacej kvapaliny (Pitotova trubica):**

- používa sa trubica podľa obr.

- Bernoulliho rovnica:  $p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$

- $p_1 = h_1\rho g + p_0$  a  $p_2 = h_2\rho g + p_0$

- po dosadení:  $v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$

- **vytekanie kvapaliny otvorom:**

- ak  $v_1 \rightarrow 0$

- $p_0 + h_1\rho g + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + h_2\rho g + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

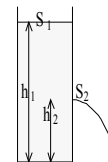
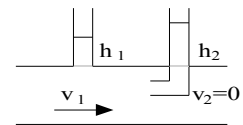
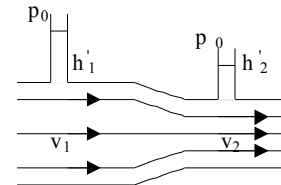
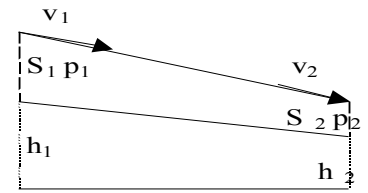
- $v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

- ak  $v_1 \neq 0$  (prierezy  $S_1$  a  $S_2$  sú porovnateľné)

- $p_0 + h_1\rho g + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + h_2\rho g + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

- $S_1 v_1 = S_2 v_2$

- $v_2 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}}}$



### 3.2.4 obtekanie telies reálnou tekutinou

- pri prúdení reálnej kvapaliny vzniká vnútorné trenie, ktoré brzdí jej pohyb. Práca vykonaná silami vnútorného trenia v prúdiacej kvapaline určuje, aká časť tlakovej energie sa premení na vnútornú energiu prúdiacej kvapaliny. Vrstva kvapaliny, ktorá sa bezprostredne dotýka steny – **medzná vrstva kvapaliny** je v dôsledku trenia v pokoji. Po tejto vrstve sa posúva malou rýchlosťou druhá vrstva a po nej ďalšia rýchlejšie (rýchlosť jednotlivých vrstiev sa postupne zvyšuje až k osi trubice)
- pri vzájomnom pohybe telesa a tekutiny vzniká **odporová sila**, ktorá pôsobí proti pohybu



- pre malé rýchlosti (t.j. rýchlosti, pri ktorých prúdenie je laminárne) veľkosť odporovej sily je priamo úmerná veľkosti rýchlosti telesa vzhľadom na prostredie, závislosť od tvaru telesa sa prejavuje menej
- pri väčších rýchlostiach (pri turbulentnom prúdení) platí:

- $F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$ , kde  $C$  je **súčiniteľ**

- **odporu** a závisí od tvaru telesa (najväčší odpor má dutá polguľa, najmenší kvapka)

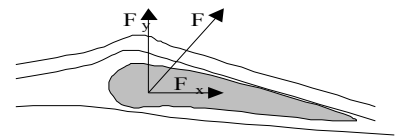


- ak sa v kvapaline s koeficientom vnútorného trenia (viskozity)  $\eta$  pohybuje teleso guľovitého tvaru polomeru  $r$ , proti pohybu pôsobí odporová sila:

- $F = 6\pi\eta r v$  kde  $\eta$  je viskozita kvapaliny

- **základy fyziky letu:**

- pri obtekaní krídla vzniká nad krídlom zhustenie prúdnic (podtlak) a pod krídlom zriedenie prúdnic (pretlak)
- absolútna hodnota podtlaku je väčšia ako absolútna hodnota pretlaku; tlaky sa vyrovnávajú, a tak teleso stúpa



- proti pohybu pôsobí **aerodynamická odporová sila:**

- $F_x = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$ , kde  $C_x$  je **súčiniteľ odporu**

- vzlietnutie spôsobuje **vztlaková aerodynamická sila:**

- $F_y = \frac{1}{2} C_y S \rho v^2$ , kde  $C_y$  je **súčiniteľ vztlaku**