

## 7 Druhy energie a ich vzájomné premeny

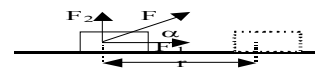
- veličina energia charakterizuje istý stav sústavy (stavová veličina)
- energia sa mení pri interakcii sústavy s okolím a pri dejoch vnútri sústavy
- **energia** je to schopnosť konať prácu

### 7.1 mechanická práca

- veličina práca dej charakterizuje dej, pri ktorom nastáva premena alebo prenos energie
- ak pôsobením nenulovej sily  $\vec{F}$  spôsobíme nenulový pohyb (zmena polohového vektora  $d\vec{r}$ ), pre vykonanú prácu platí:

$$\circ dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow dW = F \cdot ds \cdot \cos\alpha$$

$$\circ W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}, [W] = N \cdot m = J$$



- o jednotkou práce je **joule** (joule je práca, ktorú vykoná sila  $1N$  pôsobiaca v smere posunutia po dráhe  $1m$ )

- rozlišujeme tri prípady:

- o  $\alpha=0$

- $W = \int F \cdot ds$

- o  $\alpha \neq 0$

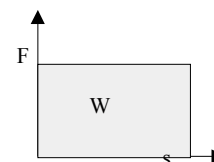
- $W = \int F \cdot \cos\alpha \cdot ds$

- o  $F = \text{konšt.}$

- $W = \int F \cdot ds = F \int_{s_1}^{s_2} ds = F(s_2 - s_1) = F \cdot \Delta s$

- vykonanú prácu môžeme graficky znázorniť pomocou **pracovného diagramu**

- o práca vykonaná pôsobiacou silou je znázornená v pracovnom diagrame obsahom vyšrafovanej časti



- **výkon:**

- o výkon je definovaný ako podiel vykonanej práce  $W$  za čas  $t$

- $P = \frac{W}{t}, [P] = J \cdot s^{-1} = W$

- jednotkou výkonu je **watt**

- o pre jednotku práce platí:

- $J = W \cdot s, 1kWh = 3,6 \cdot 10^6 J$

- o pre výkon pri rovnomernom konaní práce platí:

- $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = F \frac{s}{t} = Fv$

- **účinnosť:**

- o účinnosť je definovaná ako podiel užitočnej práce  $W$ , t.j. práce, ktorú stroj skutočne vykoná, a práce  $W_0$ , ktorú by mal stroj vykonať na základe dodanej energie

- $\eta = \frac{W}{W_0} \cdot 100\%$  alebo  $\eta = \frac{P}{P_0} \cdot 100\%$

### 7.2 mechanická energia

- k mechanickej energii zaradujeme **kinetickú energiu** a **potenciálnu energiu**
- súčet kinetickej a potenciálnej energie sa nazýva **celková mechanická energia**

- v izolovaných sústavách platí **zákon zachovania mechanickej energie**
  - $E_p + E_K = \text{konšt.}$

### 7.2.1 kinetická energia

- ak na hmotný bod s hmotnosťou  $m$  pôsobí sila  $\vec{F}$ , hmotný bod sa pohybuje priamočiarno rovnomerne zrýchlene. Za čas  $t$  prejde dráhu  $s = \frac{1}{2}at^2$  a bude mať rýchlosť  $v = at$ . Sila, ktorá pôsobí na hmotný bod po dráhe  $s$ , vykoná prácu  $W$ , pre ktorú platí:
  - $W = E_K = Fs = ma \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$
- vyjadrenie kinetickej energie pomocou integrálneho počtu (hmotný bod má na začiatku rýchlosť  $v_1$ , pôsobením sily sa jeho rýchlosť zväčšila na  $v_2$ )
  - $W = \int_{s_1}^{s_2} F \cdot ds = \int m \cdot a \cdot ds = \int m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot ds = \int m \cdot dv \cdot \frac{ds}{dt} = m \cdot \int_{v_1}^{v_2} v \cdot dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = E_{K2} - E_{K1}$
- ak hmotný bod mal na začiatku nenulovú rýchlosť  $v_1$ , pôsobením sily  $\vec{F}$  sa jeho rýchlosť zvýšila na hodnotu  $v_2$ , tak nastala zmena kinetickej energie
  - $\Delta E_K = E_{K2} - E_{K1}$
- táto zmena kinetickej energie sa rovná práci, ktorú vykonala pôsobiaca sila
  - $W = \Delta E_K$
- pre kinetickú energiu v **relativistickej dynamike** platí:

- $\Delta E_K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$

## 7.3 energia telies v gravitačnom poli

### 7.3.1 potenciálna energia

- ak zdvihneme teleso z nulovej výšky do výšky  $h$ , tak teleso má potenciálnu energiu, ktorá sa rovná vykonanej práci
  - $W = E_p = \int_0^h F \cdot dh = \int_0^h m \cdot g \cdot dh = m \cdot g \cdot \int_0^h dh = m \cdot g \cdot h$
  - nezávisí po akej trajektórii zdvihneme teleso do výšky  $h$
- miesta, v ktorých má teleso rovnakú potenciálnu energiu, sa nazývajú **hladiny potenciálnej energie**
- hodnota potenciálnej energie závisí od voľby nulovej hladiny potenciálnej energie
- gravitačná potenciálna energia telesa s hmotnosťou  $m$  v istom mieste gravitačného poľa je určená prácou, ktorú vykoná gravitačná sila pri premiestnení tohto telesa z daného miesta na povrch Zeme (nezávisle od trajektórie)
  - $E_p = W$

### 7.3.2 práca v homogénnom gravitačnom poli

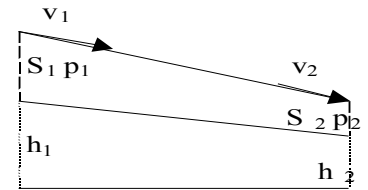
- pre gravitačnú silu, podobne ako pre tiažovú silu, platí, že práca, ktorú vykonajú gravitačné sily medzi bodmi A a B, nezávisí od trajektórie, po ktorej sa pohybuje, ale iba od začiatkovej a konečnej výšky telesa vzhľadom na Zem
  - $W = F_g(h_1 - h_2) = mK(h_1 - h_2)$

## 7.4 energia mechanického oscilátora

- kmitavý pohyb spôsobuje sila:
  - $F = ky$
- pre potenciálnu energiu napnutej pružiny platí:
  - $W = \int_0^y F \cdot dy = \int_0^y ky \cdot dy = k \int_0^y y \cdot dy = \frac{1}{2}ky^2 = E_p$
- pri kmitaní platí **zákon zachovania energie** (periodicky sa mení potenciálna energia oscilátora na kinetickú energiu a naopak). Celková energia oscilátora je konštantná a v každom okamihu sa rovná súčtu potenciálnej a kinetickej energie
  - $E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}my_m^2\omega^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2}ky_m^2 \sin^2 \omega t \Rightarrow$
  - $E_k + E_p = \frac{1}{2}ky_m^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2}ky_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2}ky_m^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2}ky_m^2$
  - keď teleso dosiahne amplitúdu výchylky, je kinetická energia nulová, teda celú energiu tvorí potenciálna energia, pre ktorú platí:
    - $E_p = \frac{1}{2}ky_m^2$

## 7.5 energia prúdiacej kvapaliny

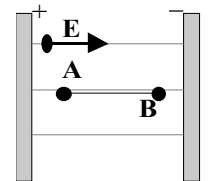
- kvapalina prúdiaca v trubici má tlakovú energiu, potenciálnu energiu a kinetickú energiu pripadajúcu na jednotkový objem
- platí rovnica:
  - $p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konšt.}$
  - táto rovnica vyjadruje **zákon zachovania energie prúdiacej kvapaliny (Bernoulliho rovnica)**
- ak kvapaliny prúdi vo vodorovnej trubici, platí:
  - $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$



## 7.6 energia elektrického poľa

### 7.6.1 práca a potenciálna energia

- keď vložíme do istého miesta elektrického poľa s intenzitou  $E$  náboj  $Q$  (kladný alebo záporný), pôsobí naň elektrická sila:
  - $\vec{F}_e = Q\vec{E}$
- pre **prácu** síl v homogénnom elektrickom poli platí:
  - $W = F_e(d_1 - d_2) = |Q\vec{E}|d$ , kde  $d$  je vzájomná vzdialenosť začiatkovej a konečnej polohy náboja
  - podobne ako v gravitačnom poli ani v elektrickom poli nezávisí vykonaná práca od trajektórie, ale od vzájomnej vzdialenosti  $d$  miest  $A$  a  $B$
- bodový náboj v elektrickom poli má istú **elektrickú potenciálnu energiu**:
  - elektrická potenciálna energia  $E_p$  náboja  $Q$  v istom mieste elektrického poľa je určená prácou, ktorú vykoná elektrická sila pri premiestnení náboja z daného miesta na povrch Zeme (nezávislé od trajektórie)



## 7.6.2 práca a výkon v obvode s konštantným prúdom

### - práca vo vonkajšej časti obvodu:

- o keď sa z jednej svorky premiestnia častice s celkovým nábojom  $Q$  vonkajšej časti obvodu na druhú svorku zdroja, vykonajú sily elektrického poľa prácu:

$$\blacksquare W = QU = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$$

### - Joulovo teplo:

- o práca spojená s prenosom častíc vo vonkajšej časti obvodu sa prejaví zahriatím vodiča, jeho pohybom alebo inou zmenou:

$$\blacksquare Q = W = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$$

### - práca neelektrostatických síl:

- o táto práca je mierou energie, ktorú dodá zdroj do uzavretého obvodu:

$$\blacksquare W_z = U_e Q = U_e I t = \frac{U_e^2 t}{R + R_i}$$

### - výkon zdroja:

- o  $P_z = \frac{W_z}{t} = U_e I = \frac{U_e^2}{R + R_i} = (R + R_i) I^2$

### - výkon konštantného prúdu $I$ (príkonnosť spotrebiča):

- o  $P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = RI^2$

### - účinnosť zdroja:

- o  $\eta_z = \frac{W}{W_z} = \frac{P}{P_z} = \frac{UIt}{U_e I t} = \frac{R}{R + R_i}$

## 7.6.3 energia elektrického poľa nabitého kondenzátora

- pri nabíjaní platňového kondenzátora sa koná práca. Postupným prenášaním náboja na jednu z platní kondenzátora zväčšuje sa celkový náboj  $Q$  tejto platne, čím sa zväčšuje aj napätie  $U$  medzi platňami
- pre vykonanú prácu platí:

- o  $W = \int F \cdot ds = \int EQ \cdot ds = \int Q dU = \int CU \cdot dU = C \int_0^U U \cdot dU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU$

## 7.7 energia magnetického poľa cievky

- v jednoduchom obvode je zapojená cievka (bez jadra) s indukčnosťou  $L$ . Po zapnutí spínača sa prúd v cievke zväčšuje z nulovej hodnoty a po istom čase dosiahne hodnotu zodpovedajúcu ustálenému stavu. Súčasne sa tvorí magnetické pole cievky, pritom sa v cievke indukuje elektromotorické napätie  $U_i = -L \frac{dI}{dt}$ . Za veľmi krátku dobu  $dt$  sa prúd v cievke zväčšil o  $dI$  a energia magnetického poľa cievky sa zväčšila o  $dE_m$ . Túto energiu získalo magnetické pole cievky premenou veľkej časti elektrickej energie zdroja. Elektrické sily pôsobiace na voľné elektróny vo vodiči cievky vykonali pri tejto zmene prácu, ktorej veľkosť sa rovná práve  $dE_m$ . Veľkosť tejto práce je daná súčinom veľkosti elektromotorického napätia indukovaného v cievke, prúdu v cievke a doby  $dt$ :

- o  $W = \int UI \cdot dt = \int \frac{L \cdot dI}{dt} I \cdot dt = L \int I \cdot dI = \frac{1}{2} LI^2$

## 7.8 energia molekulového pohybu

- každé teleso má energiu, ktorá súvisí s jeho vnútornou časticovou štruktúrou, preto sa volá **vnútorná energia telesa**
- vnútornou energiou  $U$  telesa (sústavy) nazývame súčet celkovej kinetickej energie neusporiadane sa pohybujúcich častíc telesa (molekúl, atómov a iónov) a celkovej potenciálnej energie vzájomnej polohy týchto častíc
- vnútorná energia telesa nie je všeobecne konštantnou veličinou. Deje, pri ktorých mení vnútorná energia telesa, možno rozdeliť do dvoch skupín:
  - deje, pri ktorých sa mení vnútorná energia **konaním práce**
    - napr. trenie dvoch telies, stláčanie plynu
    - pri dejoch, ktoré prebiehajú v izolovanej sústave telies, zostáva súčet kinetickej, potenciálnej a vnútornej energie telies konštantný
  - deje, pri ktorých zmena vnútornej energie nastáva **tepelnou výmenou**
    - tepelná výmena je dej, pri ktorom neusporiadane sa pohybujúce častice teplejšieho telesa narážajú na častice studenšieho telesa a odovzdávajú im časť svojej energie (tepelná výmena prebieha medzi telesami, ktoré sa dotýkajú – **tepelná výmena vedením**, ale môže prebiehať aj medzi telesami, ktoré sa nedotýkajú – prostredníctvom tepelného žiarenia – **tepelná výmena žiarením**)
    - keď teplejšie teleso odovzdá studenšiemu tepelnou výmenou energiu, hovoríme, že teplejšie teleso studenšiemu odovzdalo **teplo** (teplo je zmena vnútornej energie molekulovej sústavy); jednotkou tepla je **joule**
- prvý termodynamický zákon: zmena vnútornej energie sústavy  $\Delta U$  sa rovná súčtu práce  $W$  vykonanej okolitými telesami, ktoré pôsobia na sústavu silami a tepla  $Q$  odovzdaného okolitými telesami sústave
  - $U = W + Q$

## 7.9 súvislosť medzi energiou a hmotnosťou

- v relativistickej dynamike hmotnosť telesa závisí od rýchlosti, ktorou sa teleso pohybuje; pre hmotnosť platí:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- pre malé hodnoty pomeru  $\frac{v}{c}$  platí:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \frac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \frac{\Delta E_K}{c^2} \Rightarrow$$

- $E = E_0 + \Delta E_K$ 
  - $E = mc^2$  je celková energia telesa
  - $E_0 = m_0 c^2$  je pokojová energia telesa
  - $\Delta E_K$  je kinetická energia telesa

