

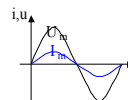
## 14 Obvod striedavého prúdu

- nútené elektromagnetické kmitanie má veľký význam najmä pri prenose elektrickej energie a v rozličných elektronických zariadeniach. V týchto prípadoch elektromagnetické kmitanie nazývame **striedavý prúd**.
- zdroje striedavého prúdu nazývame **generátory striedavého prúdu** (v energetike sa používajú generátory s otáčavými súčasťami – alternátory, ktoré dodávajú do elektrickej siete striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz; elektronické generátory striedavého prúdu, ktoré sa využívajú v oznamovacej technike na prenos informácií, majú frekvenciu do 10 GHz)
- keď je do obvodu zaradený prvok s jedným parametrom (odporom, indukčnosťou, kapacitou), vznikne **jednoduchý obvod striedavého prúdu**. V obvode môže byť aj viac prvkov s rôznymi parametrami, ktoré tvoria **zložený obvod striedavého prúdu**.

### 14.1 jednoduchý obvod striedavého prúdu

#### 14.1.1 obvod s odporom

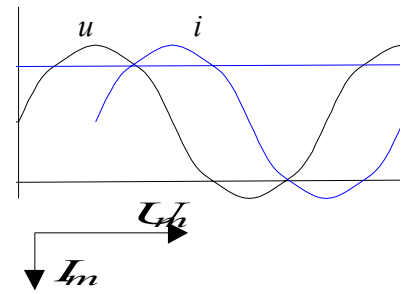
- keď obvod pripojíme na zdroj striedavého napätia, pre okamžité napätie platí:
  - o  $u = U_m \sin \omega t$
- rezistorom prechádza prúd, pre ktorého okamžitú veľkosť platí:
  - o  $i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$
- amplitúda striedavého prúdu je:
  - o  $I_m = \frac{U_m}{R}$
- odpor  $R$  rezistora striedavého prúdu je rovnaký ako v obvode jednosmerného prúdu; nazýva sa tiež **rezistencia**
- pre jednoduchý obvod striedavého prúdu s odporom platí Ohmov zákon, tak ako pre obvod s jednosmerným prúdom. Amplitúda napätia na rezistore a amplitúda prúdu v obvode nezávisí od frekvencie striedavého prúdu. Zo vzťahu pre napätie a prúd vyplýva, že obidve veličiny sú v obvode v rovnakej fáze a nevzniká medzi nimi fázový rozdiel.
- vlastnosti obvodov sa znázorňujú aj **fázorovým diagramom**



#### 14.1.2 obvod s indukčnosťou

- keď cievku pripojíme k zdroju striedavého napätia, prechádza obvodom striedavý prúd a okolo cievky vzniká meniace sa magnetické pole. To spôsobuje, že sa v cievke indukuje napätie, ktoré podľa Lenzovho zákona má opačnú polaritu ako zdroj napätia. Následkom toho dosahuje prúd v odvode najväčšiu hodnotu neskôr ako napätie. Prúd sa za napätím oneskoruje a vzniká **záporný fázový posun** o uhol  $\frac{\pi}{2}$
- pre okamžité napätie platí:
  - o  $u = U_m \sin \omega t$
- pre okamžitý prúd platí:
  - o  $i = I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -I_m \cos \omega t$
- veľkosť napätia, ktoré sa v cievke indukuje, závisí od časových zmien magnetického poľa, čiže od frekvencie striedavého prúdu. Preto sa cievka správa ako odpor, ktorého veľkosť sa s rastúcou frekvenciou zväčšuje
- veľkosť indukovaného napätia závisí aj od vlastnej indukčnosti cievky

- cievka má však iba zdanlivo vlastnosť odporu, lebo sa v nej elektromagnetická energia nemení na teplo ako pri rezistore. V cievke len vzniká a zaniká magnetické pole, čo sa prejavuje fázovým rozdielom napätia a prúdu v obvode



- **induktancia:**

- o  $X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L, [X_L] = \Omega$

- o pri výpočtoch sa používa **komplexná induktancia:**

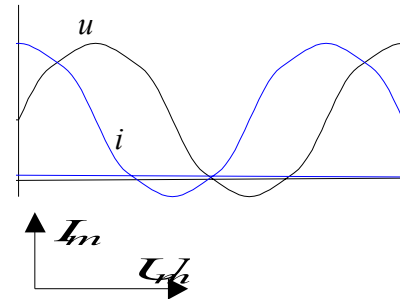
- $\bar{X}_L = j\omega L$

- komplexná induktancia sa nanáša na kladnú časť imaginárnej osi

- skutočné cievky majú okrem indukčnosti aj odpor. Keď je odpor taký malý, že platí  $R \ll \omega L$ , môžeme ho zanedbať a cievka má približne vlastnosti ideálnej cievky. Keď odpor v porovnaní s indukčnosťou nemôžeme zanedbať, musíme pre cievku použiť vzťah pre zložený obvod striedavého prúdu

### 14.1.3 odpor s kapacitou

- keď pripojíme kondenzátor k zdroju striedavého napätia, periodicky sa nabíja a vybíja. Nabíjací prúd kondenzátora je najväčší v okamihu, keď je kondenzátor nenabitý, t.j. keď napätie medzi platňami kondenzátora je nulové. Naopak v okamihu, keď je kondenzátor nabitý na napätie  $U_m$ , je v obvode nulový prúd. Dielektrikom medzi platňami kondenzátora prúd neprechádza. Mení sa iba intenzita elektrického poľa a dielektrikum sa striedavo



polarizuje. Prúd v obvode predbieha napätie o uhol  $\frac{\pi}{2}$

- pre okamžité napätie platí:

- o  $u = U_m \sin \omega t$

- pre okamžitý prúd platí:

- o  $i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos \omega t$

- čím väčšia je frekvencia striedavého prúdu a čím väčšia je kapacita kondenzátora, tým väčšia je amplitúda nabíjacieho a vybíjacieho prúdu. Kondenzátor má podobné vlastnosti ako odpor, ktorý sa so zväčšujúcou frekvenciou a kapacitou znižuje. Pretože v obvode s kapacitou nenastáva premena elektromagnetickej energie na teplo, ale iba periodicky vzniká a zaniká elektrické pole, kondenzátor má len zdanlivo vlastnosti odporu.

- **kapacitancia:**

- o  $X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}, [X_C] = \Omega$

- o pri výpočtoch sa používa **komplexná kapacitancia:**

- $\bar{X}_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$

- komplexná kapacitancia sa nanáša na zápornú časť imaginárnej osi

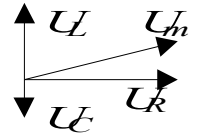
### 14.2 zložený obvod striedavého prúdu

- ak sa v obvode nachádza viac prvkov, môžeme ho charakterizovať jediným parametrom, ktorý sa nazýva **impedancia Z** (pri riešení sa používa komplexná impedancia)

## 14.2.1 RLC v sérii

- jednotlivými prvkami obvodu prechádza rovnaký prúd, ale napätia na nich sa líšia veľkosťou a fázou
- riešenie pomocou fázorového diagramu

- o fázor výsledného napätia nájdeme ako geometrický súčet jednotlivých fázorov napätí vo fázorovom diagrame. Veľkosť fázora výsledného napätia vypočítame pomocou Pytagorovej vety:



$$\bullet U_m^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = I_m^2 \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$$

- o z Ohmovho zákona pre **impedanciu** obvodu platí:

$$\bullet Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\bullet X = X_L - X_C \text{ je } \mathbf{reaktancia}$$

- reaktancia charakterizuje vlastnosti tej časti obvodu striedavého prúdu, v ktorej sa elektromagnetická energia nemení na teplo, ale iba na energiu elektrického a magnetického poľa.

- o vzťah pre impedanciu obvodu s RLC v sérii platí všeobecne pre ľubovoľný obvod striedavého prúdu s prvkami, ktorých parametre možno považovať za sériovo spojené
- o pre **fázový posun** napätia a prúdu v obvode platí:

$$\bullet \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

- pre  $U_L > U_C$  je fázový rozdiel prúdu a napätia kladný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a indukčnosť
- pre  $U_L < U_C$  je fázový rozdiel prúdu a napätia záporný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a kapacitanciu

$$\bullet \cos \varphi = \frac{U_R}{U_m} = \frac{R}{Z} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{R}{Z}$$

- riešenie pomocou komplexnej impedancie:

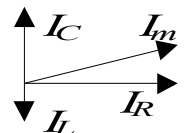
$$\circ \bar{Z} = R + \bar{X}_L + \bar{X}_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$\circ |\bar{Z}| = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

## 14.2.2 RLC paralelne

- na jednotlivých prvkoch obvodu je rovnaké napätie, ale prúd, ktorý nimi prechádza, sa líši veľkosťou a fázou
- riešenie pomocou fázorového diagramu:

- o fázor výsledného prúdu dostaneme z fázorového diagramu a jeho veľkosť určíme podľa Pytagorovej vety:



$$\bullet I_m^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = U_m^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$\bullet I_m^2 = U_m^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 \right] = U_m^2 \cdot Y^2, \text{ pričom } Y \text{ je } \mathbf{admitancia} \left( Y = \frac{1}{Z} \right)$$

- o fázový posun:

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \varphi = R \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

- riešenie pomocou komplexnej impedancie:

$$\circ \quad \bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3 \Rightarrow \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}}{R} + \frac{\bar{U}}{X_L} + \frac{\bar{U}}{X_C} \Rightarrow \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C}$$

$$\circ \quad \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \Rightarrow Z = \frac{\omega RL}{\sqrt{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$$

### 14.2.3 rezonancia

- k rezonancii môže dôjsť, ak sa v obvode súčasne nachádza  $L$  aj  $C$   
 - rezonancia nastáva, ak imaginárna časť impedancie sa rovná nule  
 - pre RLC obvod v sérii aj paralelne platí:

$$\circ \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \vee \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

$$\circ \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}, f_0 \text{ sa nazýva } \mathbf{vlastná \textit{frekvencia}}$$

- pri vlastnej frekvencii sa vplyvy indukčnosti a kapacity na napätie v obvode navzájom rušia a obvod má vlastnosti rezistancie
- pri rezonancii amplitúda prúdu v obvode dosahuje najväčšie hodnoty, obmedzené iba rezistanciou obvodu

### 14.3 výkon striedavého prúdu

#### 14.3.1 obvod s odporom

- keďže v obvode striedavého prúdu sa prúd a napätie neustále menia, bude sa meniť aj výkon aj jeho okamžitá hodnota:

$$\circ \quad p = ui$$

- pre obvod, ktorý obsahuje iba rezistor, platí:

$$\circ \quad p = Ri^2 = RI_m^2 \sin^2 \omega t$$

- okamžitá hodnota výkonu sa mení s dvojnásobnou frekvenciou ako prúd a dosahuje amplitúdu:

$$\circ \quad P_m = RI_m^2$$

- za veľmi krátky časový okamih  $\Delta t$  vykoná sa práca  $\Delta W = p \cdot \Delta t$ ; pre celkovú prácu platí  $W = \sum \Delta W$ . Túto prácu znázorňuje obsah plochy ohraničenej osou času a krivkou grafu okamžitého výkonu

- obsah vymedzenej plochy má rovnakú veľkosť ako obsah plochy obdĺžnika, ktorého jedna strana je úmerná perióde a druhá polovici amplitúdy výkonu

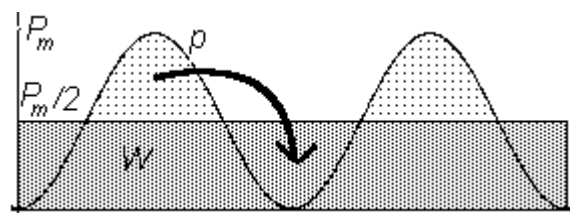
$$\circ \quad W = \frac{P_m}{2} T = \frac{1}{2} I_m^2 RT$$

- stredná hodnota výkonu:

$$\circ \quad P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

- fyzikálne môžeme tento výsledok vysvetliť tak, že harmonický striedavý prúd s amplitúdou  $I_m$  má rovnaký stredný výkon ako ustálený jednosmerný prúd s takou veľkosťou  $I$ , že platí:

$$\circ \quad I^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R$$



- pre **efektívnu hodnotu prúdu** a **efektívnu hodnotu napätia** platí:
  - $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707I_m$ ,  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707U_m$
- efektívne hodnoty striedavého prúdu sú hodnoty jednosmerného prúdu, ktorý má v obvode rovnaký výkon ako daný striedavý prúd. Pre výkon striedavého prúdu v obvode s odporom platí:
  - $P = UI$

### 14.3.2 Obvod s impedanciou

- v obvode striedavého prúdu, ktorý má okrem odporu  $R$  aj parametre  $L$  a  $C$ , elektrická energia sa mení na vnútornú len v časti obvodu s odporom
- amplitúda prúdu určená impedanciou obvodu je:
  - $I_m = \frac{U_m}{Z}$
- pre stredný výkon striedavého prúdu platí:
  - $P = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} I_m \frac{U_m}{Z} R = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z} = IU \frac{R}{Z} = UI \cos\varphi$
  - činiteľ  $\cos\varphi$  sa nazýva **účinník** a udáva účinnosť prenosu energie zo zdroja striedavého prúdu do obvodu striedavého prúdu, čiže do spotrebiča
  - $\varphi$  je fázový posun napätia a prúdu
  - výkon  $P_z = UI$  sa nazýva **zdanlivý výkon**
  - výkon  $P = UI \cos\varphi$  sa nazýva **činný výkon**, pretože určuje časť výkonu, ktorá sa v obvode mení na teplo alebo na užitočnú prácu