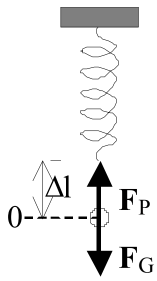
18 Kmitavý pohyb

- mechanický pohyb sústavy charakterizovaný veličinami, ktoré sú periodickými funkciami času
- každé zariadenie, ktoré môže voľne (bez vonkajšieho pôsobenia) kmitať, nazýva sa o***scilátor***
- periodicky opakujúca sa časť kmitavého pohybu sa nazýva ***kmit***
- charakteristické veličiny kmitavého pohybu:
  - ***perióda (doba kmitu) T:***
    - čas, za ktorý prebehne jeden kmit a oscilátor sa dostane do zvoleného začiatočného stavu; meria sa v sekundách
  - ***frekvencia (kmitočet) f:***
    - rovná sa počtu kmitov, ktoré prebehnú za sekundu; je prevrátenou hodnotou periódy:
      - $f = \frac{1}{T}$, $[f] = s^{-1} = Hz$ (jednotkou frekvencie je ***Herz***)
- kmitavý pohyb môžeme znázorniť v ***časovom diagrame***, v ktorom sú znázornené okamžité polohy kmitajúceho telesa ako funkcie času; časovým diagramom ***jednoduchého (harmonického) kmitavého pohybu*** je sínusoida

18.1 pružinový oscilátor

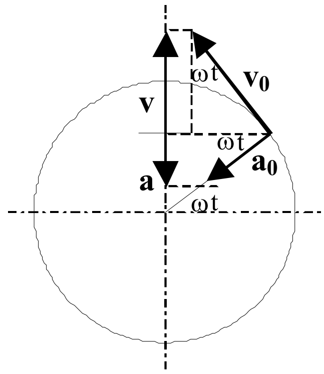


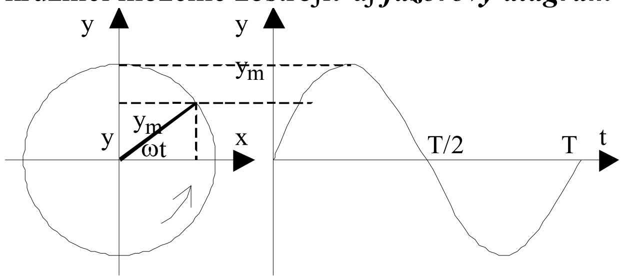
- patrí medzi mechanické oscilátory; na začiatku máme pružinu dĺžky l, túto pružinu charakterizuje ***tuhosť pružiny k*** (od tuhosti pružiny závisí jej predĺženie počas kmitavého pohybu)
- keď na pružinu zavesíme závažie s hmotnosťou m, pružina sa pôsobením tiažovej sily $\vec{F}_G$ predĺži o Δl; v dôsledku pružnosti pružiny vznikne ***sila pružnosti*** $\vec{F}_p$, ktorej veľkosť sa v závislosti od predĺženia zväčšuje. Sila $\vec{F}_p$ má opačný smer ako tiažová sila $\vec{F}_G$, ktorá pôsobí na závažie. Po istom čase sa ustáli ***v rovnovážnej polohe O***, v ktorej je veľkosť tiažovej sily a sily pružnosti rovnaná, ale majú opačný smer; platí:
  - $F_G = F_p \Rightarrow mg = k.\Delta l$
- keď pružinu predĺžime o y, tak začne kmitať; výchylka y z rovnovážnej polohy sa volá ***okamžitá výchylka***, vzhľadom na rovnovážnu polohu nadobúda kladné aj záporné hodnoty. V istých okamihoch dosahuje y najväčšie kladné, prípadne záporne hodnoty – túto najväčšiu hodnotu okamžitej výchylky nazývame ***amplitúda výchylky*** y_m
- pre výslednú silu F,. ktorá spôsobuje kmitanie, platí:
  - $F = mg - k(\Delta l + y) = \overbrace{mg - k.\Delta l}^{0} - ky = -ky$
  - znamienko mínus vyjadruje, že sila F a okamžitá výchylka majú v každom okamihu opačný smer
- ***pohybová rovnica:***
  - $ma = -ky \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m}y \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$, kde ***ω*** je ***uhlová frekvencia***
  - pre uhlovú frekvenciu, periódu a frekvenciu platí:
    - $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \wedge \omega = \sqrt{\frac{k}{m,}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- riešením pohybovej rovnice dostaneme:
  - ***poloha hmotného bodu v čase:***
    - $y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$
  - ***okamžitá rýchlosť:***

- $\frac{dy}{dt} = v = y_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$

- ***okamžité zrýchlenie:***
  - $\frac{d^2 y}{dt^2} = a = -y_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 y$
  - zrýchlenie kmitavého pohybu je priamo úmerné okamžitej výchylke a v každom okamihu má opačný smer ako okamžitá výchylka
- výraz v zátvorke $(\omega t + \varphi)$ sa volá ***fáza*** a *φ* je ***fázový posun*** a určuje hodnotu veličiny harmonického kmitania v začiatočnom okamihu (*t=0 s*)

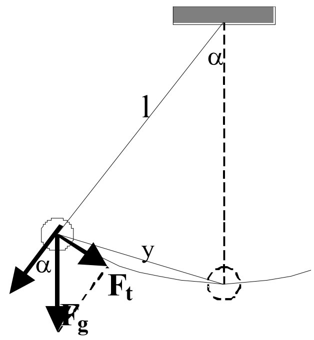
- kmitavý pohyb môžeme odvodiť aj z rovnomerného pohybu hmotného bodu po kružnici (kmitavý pohyb zodpovedá priemetu rovnomerného pohybu po kružnici do zvislej polohy); pomocou rovnomerného pohybu po kružnici môžeme zostrojiť aj ***fázorový diagram***





-

18.2 matematické kyvadlo



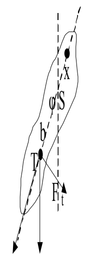
- patrí medzi mechanické oscilátory; kyvadlo je hmotný bod zavesený na tuhom vlákne zanedbateľnej hmotnosti; kmitanie spôsobuje zložka tiažovej sily F_t
- pre silu, ktorá spôsobuje kmitanie, platí:
  - $F_t = -mg \sin\alpha$
- pre uhly menšie ako 5°, môžeme použiť:
  - $\alpha = \frac{s}{l} \approx \frac{y}{l} \Rightarrow \sin\alpha \approx \alpha \approx \frac{y}{l}$
- pre silu F_t platí:
  - $F_t = -mg\frac{y}{l} = -\frac{mg}{l} y$
- pohybová rovnica:
  - $ma = -\frac{mg}{l} y \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{g}{l} \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$
- pre periódu kmitov na matematickom kyvadle platí:
  - $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

18.3 fyzikálne kyvadlo

- pod fyzikálnym kyvadlom rozumieme každé teleso, ktoré sa vplyvom vlastnej tiaže kýve okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom
- kmitanie spôsobuje zložka tiažovej sily:
  - $F_t = -mg \sin\varphi$
- pre uhly menšie ako 5 ° platí:
  - $F_t = -mg\varphi$

- znamienko mínus vyjadruje, že zložka tiažovej sily, ktorá spôsobuje kmitanie, má vždy opačný smer ako okamžitá výchylka

- pri fyzikálnom kyvadle ide v podstate o otáčavý pohyb telesa okolo pevnej osi, takže možno použiť pohybovú rovnicu rotujúceho telesa:
  - $$M = J\varepsilon$$
    $$-mgb\sin\varphi = J\varepsilon \Rightarrow -mgb\varphi = J\frac{d^2\varphi}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{mgb}{J}\varphi$$
    $$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\omega^2\varphi, \text{kde}\ \omega^2 = \frac{mgb}{J}$$
    - b je vzdialenosť stredu otáčania S od ťažiska T

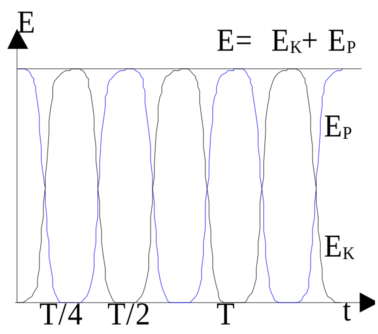


- pre ***periódu kmitov*** kmitov platí:
  - $$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgb}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + mb^2}{mgb}}$$
  - J_0 je ***moment zotrvačnosti telesa*** vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom

18.3.1 redukovaná dĺžka fyzikálneho kyvadla

- redukovaná dĺžka fyzikálneho kyvadla je vzájomná vzdialenosť dvoch osí nesymetricky položených vzhľadom na ťažisko, okolo ktorých sa kýve kyvadlo s rovnakou periódou
- pre redukovanú dĺžku platí:
  - $l = b + x$
- z rovnosti periód vyplýva:
  - $$\frac{J_0 + mx^2}{mgx} = \frac{J_0 + mb^2}{mgb}$$
    $$mbx^2 - \left(J_0 + mb^2\right)x + J_0 b = 0$$
- riešením tejto rovnice dostaneme dva korene:
  - $$x_1 = b$$
    $$x_2 = \frac{J_0}{mb}$$
- tejto úlohe vyhovuje riešenie $x_2 = \frac{J_0}{mb}$, takže pre redukovanú dĺžku platí:
  - $$l = b + \frac{J_0}{mb} = \frac{J_0 + mb^2}{mb} = \frac{J}{mb}$$
- redukovanú dĺžku fyzikálneho kyvadla možno interpretovať aj ako dĺžku takého matematického kyvadla, ktoré sa kýve s rovnakou periódou ako fyzikálne kyvadlo:
  - $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{b + \frac{J_0}{mb}}{g}}$$

18.4 premeny energie v mechanickom oscilátore



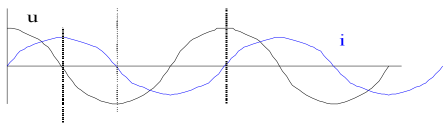
- pre potenciálnu energiu napnutej pružiny platí:
  - $$W = \int_0^y F.dy = \int_0^y ky.dy = k\int_0^y y.dy = \frac{1}{2}ky^2 = E_p$$
- pri kmitaní platí ***zákon zachovania energie*** (periodicky sa mení potenciálna energia oscilátora na kinetickú energiu a naopak). Celková energia oscilátora je konštantná a v každom okamihu sa rovná súčtu potenciálnej a kinetickej energie

- $E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}my_m^2\omega^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t \Rightarrow$
- $E_k + E_p = \frac{1}{2}ky_m^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}ky_m^2\overbrace{\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right)}^{1} = \frac{1}{2}ky_m^2$
- keď teleso dosiahne amplitúdu výchylky, je kinetická energia nulová, teda celú energiu tvorí potenciálna energia, pre ktorú platí:
  - $E_p = \frac{1}{2}ky_m^2$

- v praxi dochádza k ***tlmenému kmitaniu***; amplitúda sa postupne zmenšuje (spôsobuje to odpor prostredia, trenie); vlastné kmitanie oscilátora je vždy tlmené

18.5 elektromagnetický oscilátor

- na rozdiel od mechanického oscilátora, v ktorom sa periodicky mení potenciálna energia na kinetickú, sa s elektromagnetickom oscilátore mení elektrická energia na magnetickú (najjednoduchším príkladom elektrického obvodu, ktorý má tieto vlastnosti, je obvod s cievkou a kondenzátorom – ***LC obvod (oscilačný obvod)***
- na začiatku kondenzátor nabijeme zo zdroja jednosmerného napätia a pripojíme ho k cievke; za štvrtinu periódy sa vybije a prúd je maximálny, vzniká indukované napätie. Za ďalšiu štvrtinu periódy sa kondenzátor nabije indukovaným prúdom, ale polarita je už opačná. V druhej polovici periódy sa tento dej opakuje opačným smerom.
  - amplitúdy napätia a prúdu sa postupne zmenšujú, až kmitanie zanikne. Príčinou je odpor *R* oscilačného obvodu, v ktorom sa mení energia elektrického a magnetického poľa na vnútornú energiu vodiča; nastáva tlmenie kmitov
  - časové diagramy napätia a prúdu v oscilačnom obvode sú navzájom posunuté o štvrtinu periódy. V okamihu, keď je prúd v obvode nulový, napätie a teda aj náboj na kondenzátore sú najväčšie. naopak maximálnej hodnote prúdu zodpovedá nulový náboj kondenzátora. To dokazuje, že v elektromagnetickom oscilátore sa periodicky mení elektrická energia na magnetickú a naopak.



- kondenzátor má ***elektrickú energiu:***
  - $E_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
- nabitý kondenzátor je zdrojom prúdu v cievke. V okolí cievky vzniká magnetické pole s ***magnetickou energiou:***
  - $E_m = \frac{1}{2}LI^2$
- mechanickým a elektromagnetickým oscilátorom platia nasledujúce ***analógie***:

Mechanický oscilátor		Elektromagnetický oscilátor	
okamžitá výchylka	y	okamžitý náboj	q
rýchlosť	v	okamžitý prúd	i
potenciálna energia	E_p	elektrická energia	E_e
kinetická energia	E_k	magnetická energia	E_m
sila	F	okamžité napätie	u
hmotnosť	m	indukčnosť	L
tuhosť pružiny	$k = \frac{F}{y}$	recipročná hodnota kapacity	$\frac{1}{C} = \frac{u}{q}$

- použitím týchto analógií medzi oscilátormi dostaneme:
  - ***perióda a frekvencia kmitov:***

    - $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$
- *okamžitý náboj* sa mení podľa vzťahu:
    - $q = Q_m \cos\omega t$
- *uhlová frekvencia vlastného kmitania* oscilačného obvodu:
    - $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- *okamžité napätie* medzi platňami kondenzátora:
    - $u = \frac{Q_m}{C}\cos\omega t = U_m \cos\omega t$
- *okamžitý prúd* v oscilačnom obvode je posunutý o začiatočnú fázu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$:
    - $i = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\omega t$

18.6 energia mechanického a elektromagnetického oscilátora

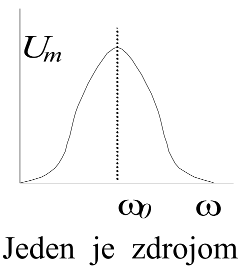
- ***mechanický oscilátor:***
    - potenciálna energia: $E_p = \frac{1}{2}ky^2$
    - kinetická energia: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
- ***elektromagnetický oscilátor:***
    - elektrická energia: $E_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
    - magnetická energia: $E_m = \frac{1}{2}LI^2$

18.7 nútené kmitanie oscilátora

- nútené kmitanie vzniká pôsobením sily alebo napätia na oscilátor aj na objekty, ktoré nemajú vlastnosť oscilátora (netlmené harmonické kmitanie vznikne, keď sa straty nahrádzajú počas celej periódy; to možno dosiahnuť, keď na oscilátor pôsobí nepretržite harmonická sila $F = F_m \sin\omega t$ alebo harmonické napätie $U = U_m \sin\omega t$; pôsobením tejto sily, prípadne napätia, je v oscilátore vynucované netlmené harmonické kmitanie, ktoré sa volá ***nútené kmitanie oscilátora***).
- frekvencia núteného kmitania závisí od frekvencie pôsobiacej sily, prípadne napätia, a nezávisí od vlastnosti kmitajúceho objektu. Nútené kmitanie je netlmené.

18.7.1 rezonancia oscilátora

- amplitúda nútených kmitov dosahuje najväčšiu hodnotu v okamihu, keď frekvencia nútených kmitov dosiahne vlastnú frekvenciu oscilátora – táto frekvencia sa nazýva ***rezonančná frekvencia***; pri tejto frekvencii nastane ***rezonancia oscilátora***
- amplitúda nútených kmitov pri rezonančnej frekvencii je väčšia, ako by zodpovedalo amplitúde sily, príp. napätia, ktoré kmitanie spôsobilo



- rezonanciu môžeme považovať za vzájomné pôsobenie dvoch oscilátorov. Jeden je zdrojom núteného kmitania (***oscilátor***) a druhý sa pôsobením zdroja nútene rozkmitá (***rezonátor***)

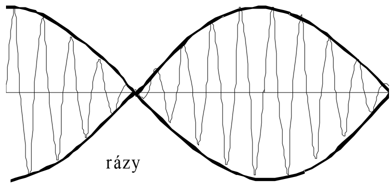
18.8 skladanie kmitov

18.8.1 kmity v jednej priamke

- ***izochrónne kmity:***
  - izochrónne kmity majú rovnakú uhlovú frekvenciu (periódu)
  - pôsobia dve sily v jednej priamke; ak by pôsobili samostatne, tak obe by vyvolali kmity
    - $y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$
      $y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$
  - výsledný pohyb je daný sčítaním oboch rovníc (dostaneme opäť harmonickú funkciu:
    - $y = y_1 + y_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \Rightarrow$
      $y = A_1 \cos \omega t . \cos \varphi_1 - A_1 \sin \omega t . \sin \varphi_1 + A_2 \cos \omega t . \cos \varphi_2 - A_2 \sin \omega t . \sin \varphi_2 \Rightarrow$
      $y = \cos \omega t . \underbrace{(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2)}_{A.\cos\varphi} - \sin \omega t . \underbrace{(A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2)}_{A.\sin\varphi}$
  - zavádzame substitúciu:
    - $A.\cos\varphi = A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2$
      $A.\sin\varphi = A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2$
  - dosadenie (dostaneme ***výslednú rovnicu harmonického pohybu***):
    - $y = A \cos \omega t . \cos \varphi - A \sin \omega t . \sin \varphi$
      $y = A \cos(\omega t + \varphi)$
  - ***výsledná fáza*** (dostaneme ju zo substitúcií)***:***
    - $$tg\varphi = \frac{A \sin\varphi}{A \cos\varphi} = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$
      $$\varphi = arctg\left(\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}\right)$$
  - ***výsledná amplitúda*** (umocníme obe substitúcie a sčítame ich):
    - $A^2 \sin^2\varphi = A_1^2 \sin^2\varphi_1 + 2A_1A_2 \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + A_2^2 \sin^2\varphi_2$
      $A^2 \cos^2\varphi = A_1^2 \cos^2\varphi_1 + 2A_1A_2 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + A_2^2 \cos^2\varphi_2$
    - $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$
      $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$
- ***neizochrónne kmity:***
  - kmity, ktoré majú rovnaké amplitúdy a fázové posuny, líšia sa uhlovou frekvenciou
  - pôsobia dve sily v jednej priamke, ktoré spôsobujú kmity:
    - $y_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi)$
      $y_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi)$
  - výsledný pohyb je daný sčítaním oboch rovníc (dostaneme výslednú rovnicu kmitavého pohybu):
    - $y = y_1 + y_2 = A \cos(\omega_1 t + \varphi) + A \cos(\omega_2 t + \varphi)$
      $$y = 2A \cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t . \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \varphi\right]$$
  - ***výsledná uhlová frekvencia:***
    - $$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$
  - ***výsledná amplitúda:***

- $A' = 2A\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t$

- pri porovnateľných uhlových frekvenciách vznikajú ***rázy:***
  - výsledná amplitúda závisí od času *t*, a preto pre ***periódu zmeny amplitúdy*** platí:
    - $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$
  - pre ***periódu rázu*** platí:
    - $T_r = \frac{T'}{2} = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$



18.8.2kolmé kmity

- pôsobia dve sily ktoré sú na seba kolmé
- máme kmity, ktoré majú rovnakú uhlovú frekvenciu, ale líšia sa amplitúdou, fázovým posunom
  - $$x = A\cos(\omega t + \alpha_x)$$ $$y = B\cos(\omega t + \alpha_y)$$
- z týchto rovníc potrebujeme vylúčiť časové členy (najprv cos, potom sin, výsledné rovnice umocníme a sčítame):

- $$\frac{x}{A} = \cos\omega t.\cos\alpha_x - \sin\omega t.\sin\alpha_x \;/.\cos\alpha_y$$ $$\frac{y}{B} = \cos\omega t.\cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_y \;/.(-\cos\alpha_x)$$

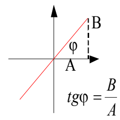
- $$\frac{x}{A}\cos\alpha_y = \cos\omega t.\cos\alpha_x \cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_x.\cos\alpha_y \to (1)$$ $$-\frac{y}{B}\cos\alpha_x = -\cos\omega t.\cos\alpha_y \cos\alpha_x + \sin\omega t.\sin\alpha_y.\cos\alpha_x \to (2)$$

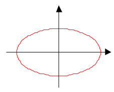
- rovnice (1) a (2) sčítame:
  - $$\frac{x}{A}\cos\alpha_y - \frac{y}{B}\cos\alpha_x = \sin\omega t.\sin(\alpha_y - \alpha_x) \to (3)$$

- $$\frac{x}{A} = \cos\omega t.\cos\alpha_x - \sin\omega t.\sin\alpha_x \;/.\sin\alpha_y$$ $$\frac{y}{B} = \cos\omega t.\cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_y \;/.(-\sin\alpha_x)$$

- $$\frac{x}{A}\sin\alpha_y = \cos\omega t.\cos\alpha_x \sin\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_x.\sin\alpha_y \to (4)$$ $$-\frac{y}{B}\sin\alpha_x = -\cos\omega t.\cos\alpha_y \sin\alpha_x + \sin\omega t.\sin\alpha_y.\sin\alpha_x \to (5)$$

- rovnice (4) a (5) sčítame:
  - $$\frac{x}{A}\sin\alpha_y - \frac{y}{B}\sin\alpha_x = \cos\omega t.\sin(\alpha_y - \alpha_x) \to (6)$$
- rovnice (3) a (6) umocníme:
  - $$\frac{x^2}{A^2}\cos^2\alpha_y - 2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\cos\alpha_x \cos\alpha_y + \frac{y^2}{B^2}\cos^2\alpha_x = \sin^2\omega t.\sin^2(\alpha_y - \alpha_x) \to (7)$$
  - $$\frac{x^2}{A^2}\sin^2\alpha_y - 2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\sin\alpha_x \sin\alpha_y + \frac{y^2}{B^2}\sin^2\alpha_x = \cos^2\omega t.\sin^2(\alpha_y - \alpha_x) \to (8)$$

- rovnice (7) a (8) sčítame a dostaneme ***výslednú rovnicu trajektórie pohybu***:
  - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\cos(\alpha_y-\alpha_x)=\sin^2(\alpha_y-\alpha_x)$
- podľa rozdielu fáz rozlišujeme rôzne prípady:
  - $\alpha_y-\alpha_x=0$
    - 

    $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{x}{A}\frac{y}{B}=0\Rightarrow\left(\frac{x}{A}-\frac{y}{B}\right)^2=0\Rightarrow\frac{x}{A}=\frac{y}{B}\Rightarrow y=\frac{B}{A}x$
    - v tomto prípade výsledná trajektória má tvar úsečky
  - $\alpha_y-\alpha_x=\pi$
    - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}+2\frac{x}{A}\frac{y}{B}=0\Rightarrow\left(\frac{x}{A}+\frac{y}{B}\right)^2=0\Rightarrow\frac{x}{A}=-\frac{y}{B}\Rightarrow y=-\frac{B}{A}x$
    - výsledná trajektória má tvar úsečky
  - $\alpha_y-\alpha_x=\frac{\pi}{2}\vee\alpha_y-\alpha_x=\frac{3\pi}{2}$ 
    - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$
    - výsledná trajektória má tvar elipsy
    - ak $\alpha_y-\alpha_x=\frac{\pi}{2}$,. výsledné kmity sú v smere hodinových ručičiek
    - ak $\alpha_y-\alpha_x=\frac{3\pi}{2}$, výsledný pohyb je proti smeru hodinových ručičiek