

## 19 Mechanické vlnenie

- **vlnenie** je dej, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri prostredím (sú to kmitavé pohyby, ktoré sú na sebe závislé)
- druh pohybu, pri ktorom nedochádza k transportu látky
- mechanické vlnenie vzniká v pevných, kvapalných a plyných látkach. Jeho príčinou je existencia väzbových síl medzi časticami (atómami, molekulami) prostredia, ktorým sa vlnenie šíri. Kmitanie jednej častice sa väzbovými silami prenáša na ďalšie častice. Takéto prostredie sa nazýva *pružné prostredie*

### 19.1 postupné mechanické vlnenie

- vlnenie, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri istou rýchlosťou v smere jednej osi
- rozlišujeme dva druhy postupného vlnenia:
  - o **postupné priečne vlnenie:**
    - amplitúdy sú kolmé na smer, ktorým sa vlnenie šíri
  - o **postupné pozdĺžne vlnenie:**
    - kmity sa dejú v smere, ktorým vlnenie postupuje
- vzdialenosť, do ktorej vlnenie dospeje za periódu  $T$  kmitania zdroja vlnenia, sa nazýva **vlnová dĺžka**  $\lambda$ , pre ktorú platí:
  - o  $\lambda = vT = \frac{v}{f}$ , kde  $f$  je frekvencia zdroja vlnenia
- rýchlosť  $v$ , ktorou sa vlnenie šíri, je **fázová rýchlosť vlnenia**. Je to rýchlosť, ktorou sa premiestňuje rovnaká fáza kmitania jednotlivých bodov. Z tohto hľadiska je vlnová dĺžka vzdialenosť dvoch najbližších bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.

#### 19.1.1 rovnica postupnej vlny

- zdroj vlnenia kmitá podľa rovnice:
  - o  $y = y_m \sin \omega t$
- výchylka ľubovoľného bodu radu závisí od vzdialenosti  $x$  od zdroja a od času  $t$ . Ak sa vlnenie šíri fázovou rýchlosťou  $v$ , tak do bodu vo vzdialenosti  $x$  od zdroja sa vlnenie dostane za dobu  $\tau = \frac{x}{v}$ .

Znamená to, že kmitanie bodu vo vzdialenosti  $x$  bude mať rovnakú okamžitú výchylku ako zdroj o dobu  $\tau$  neskôr (dochádza k časovému oneskoreniu):

- o  $y = y_m \sin \omega(t - \tau) = y_m \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$

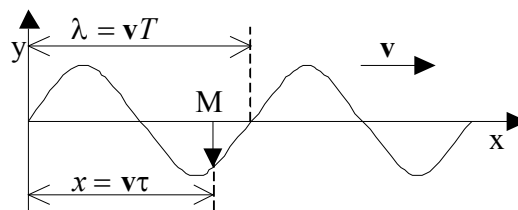
- zároveň platí:

- o  $\omega = \frac{2\pi}{T} \wedge \lambda = vT$

- pre rovnicu postupnej vlny platí:

- o  $y = y_m \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

- rozdiel medzi kmitaním a vlnením: veličiny, ktorými opisujeme kmitanie, sú len funkciami času; veličiny vlnenia sú funkciami času aj miesta



#### 19.2 interferencia vlnenia

- ak sa pružným prostredím šíria dve alebo viac vlnení rovnakého druhu a šíria sa navzájom nezávisle, potom v miestach, kde sa vlnenia prekrývajú, prebieha skladanie vlnenia, nastáva jeho zosilnenie alebo zoslabenie, no obe vlnenia postupujú ďalej, akoby sa šírili samostatne.

- máme dva zdroje vlnenia, ktoré ležia v jednej priamke a kmitajú s rovnakou začiatočnou fázou, pre postupujúce vlny platí:

$$\circ y_1 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right), y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

- výsledné vlnenie je dané súčtom oboch rovníc:

$$\circ y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$\circ y = y_m \sin \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2} \cos \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2}$$

$$\circ y = \underbrace{2y_m \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}}_{Y_m - \text{výsledná\_amplitúda}} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$

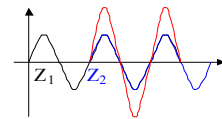
- **maximálne zosilnenie vlnenia:**

- o nastane vtedy, keď nová amplitúda  $Y_m$ , bude dosahovať maximálnu hodnotu, a to je:

$$\bullet \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x_1 - x_2 = k\lambda$$

- o maximálne zosilnenie nastáva, ak dráhový rozdiel (vzdialenosť zdrojov, v týchto bodoch majú vlnenia rovnakú fázu) je celočíselným násobkom vlnovej dĺžky  $\lambda$

- o keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná ich súčtu  $y_m = y_{m1} + y_{m2}$



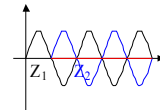
- **zoslabenie vlnenia:**

- o nastane vtedy, keď nová amplitúda  $Y_m$  nadobudne nulovú hodnotu:

$$\bullet \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \frac{\pi}{2}(2k+1) \Rightarrow x_1 - x_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

- o vlnenie sa interferenciou ruší, ak dráhový rozdiel sa rovná nepárnemu násobku polvln

- o keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná absolútnej hodnote rozdielu amplitúd zložiek  $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$



### 19.3 stojaté vlnenie

- vzniká interferenciou dvoch rovnakých protismerných vlnení
- máme dva zdroje vlnenia, pre ktoré platí:

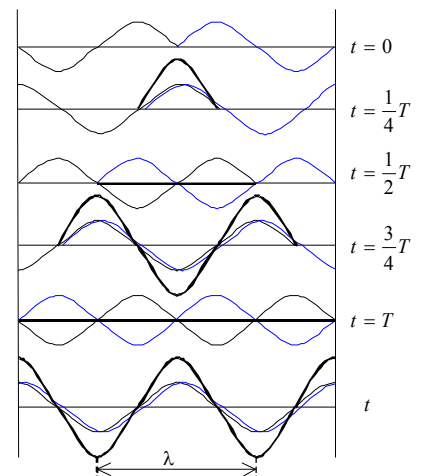
$$\circ y_1 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

- rovnica stojatej vlny je daná súčtom oboch rovníc:

$$\circ y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$\circ y = y_m \sin \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)}{2} \cos \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)}{2}$$

$$\circ y = \underbrace{2y_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda}}_{Y_m - \text{výsledná\_amplitúda}} \sin \frac{2\pi t}{T}$$



- **uzly:**

- o uzly sú miesta, ktoré sú trvalo v pokoji (výsledná amplitúda je nulová)

- $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$
- vzdialenosť susedných uzlov sa rovná polovici vlnovej dĺžky

- **kmitne:**

- kmitne sú body, v ktorých kmitanie dosahuje najväčšiu amplitúdu výchylky
- $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$
- vzdialenosť susedných kmitní sa rovná polovici vlnovej dĺžky

## 19.4 chvenie mechanických sústav

- ak sa vlnenie dostane radom bodov až ku krajnému bodu, ktorý je na okolité prostredie viazaný pevnejšie ako body radu, vlnenie postupuje radom bodov späť. Má rovnakú vlnovú dĺžku, ale jeho fáza sa zmení o  $\pi$ . *Na pevnom konci nastáva odraz vlnenia s opačnou fázou.*
- keď sa rad končí voľným bodom, ktorý je s okolitým prostredím viazaný slabšie ako s bodmi radu, vlnenie sa od koncového bodu vracia bez zmeny fázy. *Na voľnom konci nastáva odraz vlnenia s rovnakou fázou.*

- **upevnenie v oboch koncových bodoch:**

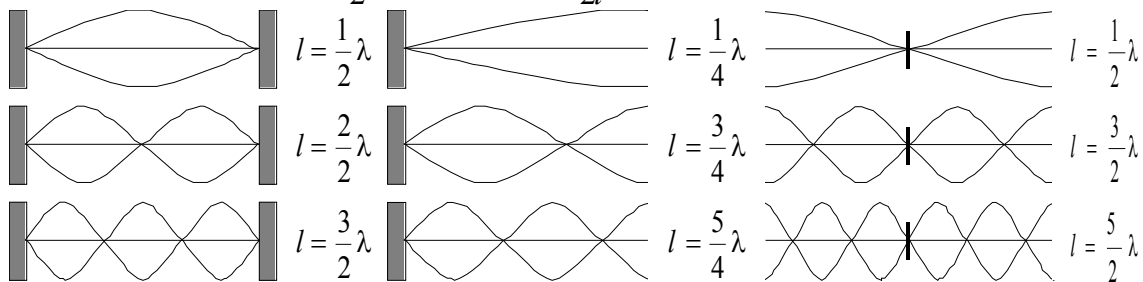
- na koncoch sú vždy uzly
- pre frekvenciu vlnenia platí:
  - $l = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow f_k = \frac{c}{\lambda} = k\frac{c}{2l}$

- **upevnenie na jednom konci:**

- v bode upevnenia je uzol, na voľnom konci je kmitňa
- pre frekvenciu vlnenia platí:
  - $l = (2k-1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow f_k = (2k-1)\frac{c}{4l}$

- **upevnenie v strede:**

- v bode upevnenia je uzol, na voľných koncoch sú kmitne
- pre frekvenciu vlnenia platí:
  - $l = (2k-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow f_k = (2k-1)\frac{c}{2l}$



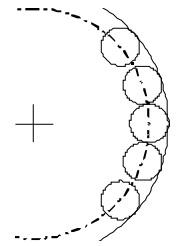
- upevnené na oboch koncoch      upevnené na jednom konci      upevnené uprostred

## 19.5 vlnenie v izotropnom prostredí

- prostredie, v ktorom je fázová rýchlosť vlnenia vo všetkých smeroch rovnaká (prostredie, ktoré má vo všetkých smeroch rovnaké fyzikálne vlastnosti)
- body, do ktorých sa vlnenie dostane z bodového zdroja vlnenia, ležia na guľovej ploche, ktorá sa nazýva **vlnoplocha**; keď je zdroj vlnenia rovinný, prípadne ak je vo veľkej vzdialenosti, vlnoplocha má tvar roviny – **rovinná vlnoplocha** (vlnoplocha postupného vlnenia je množina bodov, v ktorých má vlnenie v istom časovom okamihu rovnakú fázu)

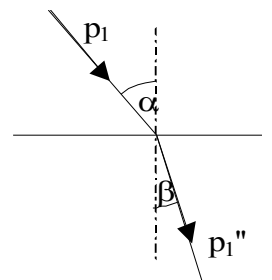
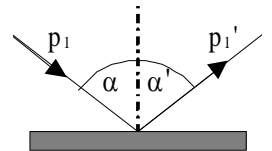
## 19.6 Huygensov princíp

- *Huygensov princíp*: Každý bod vlnoplochy, do ktorého sa dostalo vlnenie v istom okamihu, môžeme pokladať za zdroj elementárneho vlnenia, ktoré sa z neho šíri v elementárnych vlnoplochách. Vlnoplocha v ďalšom časovom okamihu je vonkajšia obalová plocha všetkých elementárnych vlnoploch
- smer šírenia vlnenia v danom bode určuje kolmica na vlnoplochu, ktorá sa nazýva **lúč**



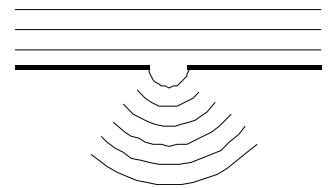
## 19.7 odraz a lom vlnenia

- *zákon odrazu*: uhol odrazu vlnenia sa rovná uhlu dopadu
  - o  $\alpha = \alpha'$
  - o uhol dopadu je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom; uhol odrazu je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom
  - o rovina určená lúčom dopadajúceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva *rovina dopadu*
  - o odrazený lúč leží v rovine dopadu
- *zákon lomu vlnenia (Snellov zákon lomu)*: pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v oboch prostrediach. Nazýva sa index lomu  $n$  pre dané prostredie
  - o  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$
  - o lomený lúč zostáva v rovine dopadu



## 19.8 ohyb vlnenia

- *ohyb* vlnenia nastáva pri prechode vlnenia otvorom v prekážke (otvor musí byť porovnateľný s vlnovou dĺžkou vlnenia); vlnenie sa šíri aj za prekážkou
- keď má prekážka oveľa väčší rozmer, ako je vlnová dĺžka vlnenia, vzniká za prekážkou **tieň**



## 19.9 zvuk a jeho vlastnosti

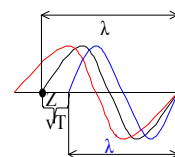
- **zvuk** je mechanické vlnenie (postupné pozdĺžne mechanické vlnenie) s frekvenciou v intervale od 16 Hz do 16 000 Hz; mechanické vlnenie s nižšou frekvenciou nazývame **infrazvuk**, s vyššou frekvenciou **ultrazvuk**
- zdrojom zvuku je chvenie pružných telies; chvenie sa prenáša do okolitého prostredia, v ktorom vzniká zvukové vlnenie; zvuk sa šíri len pružným prostredím ľubovoľného skupenstva (šíri sa iba látkovým prostredím, vo vákuu sa nešíri)
- fyzikálnymi dejmi pri prenose zvuku sa zaoberá **akustika**
  - o *fyzikálna akustika* študuje fyzikálne podmienky vzniku zvuku v zdrojoch zvuku, šírenie a pohlcovanie zvukov v rôznych prostrediach
  - o *fyziológická akustika* sa zaoberá vznikom zvuku v hlasovom orgáne človeka a vnímaním zvuku ušom
  - o *hudobná akustika* skúma zvuky z hľadiska potrieb hudby
- zvukové vlnenie má v rôznych látkach rozličnú rýchlosť. Prostredie ho zoslabuje, čo znamená, že sa znižuje amplitúda zvukových vln – **pohlcovanie (absorpcia) zvuku**
- zvuky rozdeľujeme na:
  - o *periodické*
    - nazývajú sa aj hudobné zvuky alebo tóny
    - patria tu zvuky hudobných nástrojov, samohlásky reči
  - o *neperiodické*

- vnímame ich ako hluk, šum
- patria tu spoluhlásky reči
- **vlastnosti zvuku:**
  - výška (určuje ju frekvencia; základný je tón s frekvenciou 440 Hz – komorné a)
  - farba
  - hlasitosť
- **hlasitosť:**
  - ľudské ucho môže vnímať tlakové zmeny od  $\Delta p = 10^{-5} \text{ Pa}$  (táto hranica určuje **prah počuteľnosti**)
  - veľmi hlasným zvukom zodpovedajú tlakové zmeny až  $\Delta p = 10^2 \text{ Pa}$ . Keď sa táto hranica prekročí, vzniká v uchu pocit bolesti, hovoríme o **prahu bolesti**
  - ľudské ucho je najcitlivejšie na zvuky s frekvenciou 700 Hz až 6 kHz
- **intenzita zvuku:**
  - intenzita zvuku sa definuje ako pomer výkonu zvukového vlnenia a plochy, ktorou vlnenie prechádza
    - $I = \frac{P}{S}$
    - jednotkou intenzity zvuku je  $\text{W.m}^{-2}$ , používa sa aj jednotka **bel B** (v praxi sa používa 10-krát menšia jednotka – **decibel**)
- **rýchlosť zvuku:**
  - rýchlosť zvuku vo vzduchu závisí od zloženia vzduchu (nečistoty, vlhkosť), ale najviac od teploty. Pre teplotu  $t$  vzduchu v  $^{\circ}\text{C}$  určíme rýchlosť zvuku vo vzduchu podľa vzťahu:
    - $v_t = (331,82 + 0,61\{t\})\text{m.s}^{-1}$
    - pri bežných teplotách je rýchlosť zvuku vo vzduchu približne  $340 \text{ m.s}^{-1}$
  - v kvapalinách a pevných látkach je rýchlosť zvuku väčšia ako vo vzduchu (vo vode pri teplote  $8^{\circ}\text{C}$  je rýchlosť zvuku  $1435 \text{ m.s}^{-1}$ ; v oceli pri teplote  $15^{\circ}\text{C}$  je rýchlosť zvuku  $4980 \text{ m.s}^{-1}$ )

## 19.10 Dopplerov jav

### 19.10.1 akustický

- **pohyb zdroja vlnenia:**
  - máme zdroj vlnenia; keď sa zdroj pohybuje, tak pozorovateľ, nebude pozorovať vlnovú dĺžku, ktorú vysiela zdroj, ale bude pozorovať väčšiu alebo menšiu vlnovú dĺžku (podľa smeru pohybu zdroja)
  - **zdroj sa približuje:**
    - $\lambda' = \lambda - vT \Rightarrow \frac{c}{f'} = \frac{c}{f} - \frac{v}{f} \Rightarrow f' = f \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$
    - $v$  je rýchlosť pohybu zdroja,  $c$  je rýchlosť šírenia vlnenia
    - výsledná pozorovaná frekvencia je väčšia ako pôvodná frekvencia (frekvencia zdroja)
  - **zdroj sa vzdaluje:**
    - $\lambda' = \lambda + vT \Rightarrow \frac{c}{f'} = \frac{c}{f} + \frac{v}{f} \Rightarrow f' = f \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$
    - výsledná pozorovaná frekvencia je menšia ako pôvodná frekvencia
- **pohyb pozorovateľa:**
  - **v smere šírenia vln:**



$$\blacksquare f' = f \frac{c-u}{c} \Rightarrow f' = f \left(1 - \frac{u}{c}\right)$$

○ **proti smeru šírenia vln:**

$$\blacksquare f' = f \frac{c+u}{c} \Rightarrow f' = f \left(1 + \frac{u}{c}\right)$$

- **pohyb zdroja aj pozorovateľa:**

○ ak za kladný smer vezmeme smer od zdroja k prostrediu, platí:

$$\blacksquare f' = f \frac{1 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{v}{c}}$$

### 19.10.2 relativistický

- máme zdroj vlnenia, pre ktoré platí:

$$\circ y = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

- pozorovateľ pozoruje vlnu, pre ktorú platí:

$$\circ y = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t'}{T'} - \frac{x'}{\lambda'} \right)$$

- keďže vlna, ktorú vysiela zdroj a ktorú pozoruje pozorovateľ, je rovnaká, platí:

$$\circ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{t'}{T'} - \frac{x'}{\lambda'} \right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right) = \frac{2\pi}{T'} \left( t' - \frac{x'}{c} \right) \Rightarrow f \left( t - \frac{x}{c} \right) = f' \left( t' - \frac{x'}{c} \right)$$

- po dosadení Lorentzových transformácií platí:

$$\circ f \left( t - \frac{x}{c} \right) = f' \left( \frac{t - \frac{vx}{c^2} - \frac{x - vt}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \Rightarrow f \left( t - \frac{x}{c} \right) = f' \frac{\left( t - \frac{x}{c} \right) \left( 1 + \frac{v}{c} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- po úprave pre vzdáľujúci svetelný zdroj dostaneme:

$$\circ f' = f \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

○ ak sa zdroj vlnenia pohybuje od prijímača, pozorovaná frekvencia je menšia ako vysielaaná frekvencia, teda pozorovaná vlnová dĺžka sa zväčšuje, nastáva posun k červenej časti spektra; pri pohybu ku prijímaču je to naopak (posun k fialovej časti spektra)