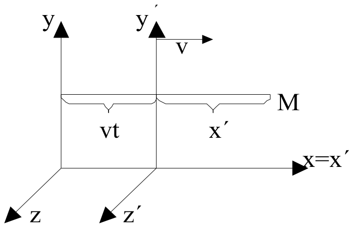
24 Špeciálna teória relativity

24.1 priestor a čas v klasickej mechanike

- v klasickej mechanike predpokladáme, že čas je absolútny, to znamená, že plynie rovnako rýchlo vo všetkých vzťažných sústavách (absolútnosť súčasnosti – keď sú dve udalosti, ktoré sa stali na rôznych miestach, sú súčasné v jednej sústave, budú súčasné aj vo všetkých ostatných vzťažných sústavách)
- absolútne sú aj vzdialenosti
- v klasickej mechanike platí Galileiho transformácia (transformácie sú vzťahy, pomocou ktorých môžeme prejsť z jednej súradnicovej sústavy do druhej)

24.1.1 Galileiho transformácia

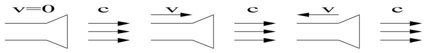


- máme dve súradnicové sústavy (nečiarkovanú a čiarkovanú, ktorá sa pohybuje rýchlosťou v)
- pre súradnice bodu M platí:
  - $x=x'+vt'$, $y=y'$, $z=z'$, $t=t'$
  - $x'=x-vt$, $y'=y$, $z'=z$, $t'=t$
- ***skladanie rýchlostí:***
- pre rovnomerný pohyb platí:
  - pre rýchlosti u a u', ktoré pozorujú pozorovatelia, platí:
    - $u'=\dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}=\dfrac{x_2'-x_1'}{t_2'-t_1'}$
    - $u=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$
  - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje rýchlosť telesa u:
    - $u=\dfrac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\dfrac{x_2'+vt_2'-(x_1'+vt_1')}{t_2'-t_1'}=\dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}+v\dfrac{\Delta t'}{\Delta t'}=u'+v$
- pre zrýchlený pohyb platí:
  - pre zrýchlenie a a a', ktoré pozorujú pozorovatelia platí:
    - $a'=\dfrac{\Delta u'}{\Delta t'}=\dfrac{u_2'-u_1'}{t_2'-t_1'}$
    - $a=\dfrac{\Delta u}{\Delta t}=\dfrac{u_2-u_1}{t_2-t_1}$
  - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje zrýchlenie telesa:
    - $a=\dfrac{u_2-u_1}{t_2-t_1}=\dfrac{u_2'+v-(u_1'+v)}{t_2-t_1}=\dfrac{u_2'-u_1'}{t_2'-t_1'}=a'$

24.2 špeciálna teória relativity

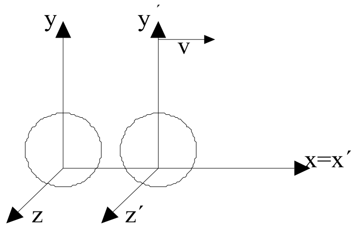
- sformuloval ju Albert Einstein začiatkom 20. storočia
- platí iba v inerciálnych sústavách
- ŠTR je založená na dvoch postulátoch
- ***1. postulát:***
  - neexistuje pokus (mechanický, optický, elektromagnetický alebo akýkoľvek iný), ktorým by sa dal stanoviť absolútny pohyb ktorejkoľvek inerciálnej vzťažnej sústavy. (Neexistuje éter – súradnicová sústava v absolútnom pokoji) Všetky inerciálne sústavy sú pri opisoch fyzikálnych dejov rovnocenné.

- ***2. postulát:***



  - vo všetkých inerciálnych sústavách má rýchlosť svetla c vo vákuu rovnakú veľkosť, a to vo všetkých smeroch nezávisle od pohybu pozorovateľa a zdroja svetla
- pri veľkých rýchlostiach (asi 0,3 c) neplatí Galileiho transformácia, ale platí Lorentzova transformácia

24.2.1 Lorentzova transformácia



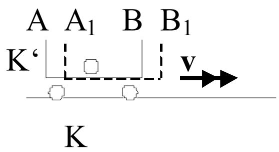
- v oboch sústavách je svetelný zdroj, a tak sa šíri guľová vlnoplocha
  - $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$
  - $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$
- po dosadení Galileiho transformácie sa rovnice nezhodujú, takže Galileiho transformácia sa musí korigovať určitým členom α
  - $x = \alpha(x' + vt')$, $x' = \alpha(x - vt)$
- zároveň platí:
  - $x = ct$, $x' = ct'$
- pre člen α platí:
  - $c.t = \alpha t'(c+v) \wedge ct' = \alpha t(c-v) \Rightarrow c^2tt' = \alpha^2tt'(c^2 - v^2)$
  - $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ alebo sa zapisuje $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, kde $\beta = \dfrac{v}{c}$
- pre súradnice bodu v sústavách podľa Lorentzovej transformácie platí:
  - $x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y = y'$, $z = z'$
  - $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y' = y$, $z' = z$
- pre čas t platí:
  - $t = \dfrac{x}{c} = \dfrac{\dfrac{x'+vt'}{c}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{t' + \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

24.2.2 relatívnosť súčasnosti

- dva deje v sústave sú súčasné, ak zo svetelného zdroja, ktorý je umiestnený v strede medzi nimi, príde svetelný signál súčasne (v rovnaký čas)
- máme dva deje, pre ktoré platí:
  - $x_1' = \dfrac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y_1' = y_1$, $z_1' = z_1$, $t_1' = \dfrac{t_1 - \dfrac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

- $x_2' = \dfrac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y_2' = y_2$, $z_2' = z_2$, $t_2' = \dfrac{t_2 - \dfrac{vx_2}{c}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

- pozorovateľ v čiarkovanej sústave pozoruje interval medzi dejmi:
  - $\Delta t' = t_2' - t_1' = \dfrac{t_2 - \dfrac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - \dfrac{t_1 - \dfrac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{(t_2 - t_1) - \dfrac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
  - interval závisí od časového intervalu Δt a miesta udalosti Δx v nečiarkovanej sústave
- aby udalosti boli súčasné v nečiarkovanej sústave, musí platiť:
  - $t_2 = t_1 \Rightarrow \Delta t' = -\dfrac{\dfrac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c}}}$
  - pre pozorovateľa v nečiarkovanej sústave sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa v čiarkovanej sústave udalosti nie sú súčasné (boli by súčasné, ak by boli súmiestne)
- súčasnosť je relatívna, ak sú udalosti súčasne v jednej sústave, nemusia byť súčasné v iných súradnicových sústavách
- napríklad:
  - v strede vagóna, ktorý sa pohybuje, je zdroj svetla, na stenách koncoch vagóna sú zrkadlá
  - pre pozorovateľa vo vagóne (v čiarkovanej sústave) sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa mimo vagóna (v nečiarkovanej sústave) udalosti nie sú súčasné (najprv nastane udalosť A_1 potom B_1)



24.2.3dilatácia času

- predpokladáme, že udalosť je súmiestna ($x' = x_1' = x_2'$)
- podľa Lorentzových transformácií platí:
  - $\Delta t = t_2 - t_1 = \dfrac{t_2' - \dfrac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - \dfrac{t_1' - \dfrac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{(t_2' - t_1') - \dfrac{v}{c^2}\overbrace{(x_2' - x_1')}^{=0}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
  - $\Delta t'$ je vlastný čas deja, tento čas je najkratší (pozorovateľ v inej sústave pozoruje dlhší čas deja)

24.2.4kontrakcia dĺžok

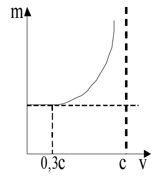
- predpokladáme, že dĺžku telesa meriame v rovnakom čase ($t' = t_1' = t_2'$)
- pre dĺžku telesa platí:
  - $l_0 = x_2' - x_1' = \dfrac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} - \dfrac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} = \dfrac{x_2 - x_1 - v\overbrace{(t_2 - t_1)}^{=0}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} = \dfrac{l}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} \Rightarrow l = l_0\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}$
  - l_0 je vlastná dĺžka telesa, táto dĺžka je najväčšia zo všetkých dĺžok (pozorovateľ v inej sústave pozoruje vždy menšiu dĺžku telesa)

24.2.5skladanie rýchlosti

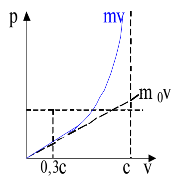
- podľa Lorentzových transformácií platí:
  - $$u=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\dfrac{x_2'+vt_2'}{\sqrt{1-\beta^2}}-\dfrac{x_1'+vt_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}}{\dfrac{t_2'+\frac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\beta^2}}-\dfrac{t_1'+\frac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}}=\frac{\Delta x'+v\Delta t'}{\Delta t'+\frac{v}{c^2}}.\frac{\frac{1}{\Delta t'}}{\frac{1}{\Delta t'}}=\frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}u'}$$
- pre skladanie rýchlostí platí:
  - $$u=\frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}u'},\quad u'=\frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}u}$$

24.2.6relativistická dynamika

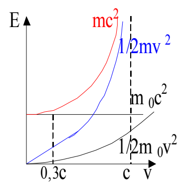
- pre rýchlosti väčšie ako 0,3 c neplatia zákony klasickej fyziky
- ***relativistická hmotnosť:***
  - hmotnosť telesa závisí od veľkosti rýchlosti, ktorou sa pohybuje podľa vzťahu:



    - $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, kde m_o je pokojová hmotnosť telesa (hmotnosť telesa vzhľadom na vzťažnú sústavu, v ktorej je teleso v pokoji – je to najmenšia hmotnosť)
  - pozorovateľ spojený so sústavou, ktorá je v pohybe, nezistí zmenu hmotnosti telesa
- ***relativistická hybnosť:***
  - pre hybnosť pri veľkých rýchlostiach platí:



    - $\vec{p}=m\vec{v}=\dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- ***súvislosť energie a hmotnosti:***
  - pre hmotnosť platí:
    - $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=m_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\approx m_0\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)=m_0+\frac{m_0v^2}{2c^2}=m_0+\frac{\Delta E_K}{c^2}/.c^2\Rightarrow$$
    - $E=E_0+\Delta E_K$
      - $E=mc^2$ je celková energia telesa
      - $E_0=m_0c^2$ je pokojová energia telesa
      - ΔE_K je kinetická energia telesa



  - pre kinetickú energiu telesa platí:
    - $$\Delta E_K=E-E_0=mc^2-m_0c^2=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$$
    - pre $v\ll c$ platí:

- $$\Delta E_K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = m_0 c^2 \; \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$