

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I

Úloha č.:VIII.....

Název: Meranie momentu zotrvačnosti koleša

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne..... 19. 5. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: **Hanyková**.....dne výsledek klasifikace**1**.....

Připomínky:

žiadne

Pracovné úlohy:

1. Zmerajte moment zotrvačnosti kolesa metódou kyvu.
2. Zmerajte moment zotrvačnosti kolesa metódou otáčanie pre rôzne hodnoty parametra α . Graficky znázorníte závislosť $w = w(t)$ pre tri odlišné hodnoty parametra α .
3. Určíte moment trecích síl M_T a moment zotrvačnosti kolesa I_k korigovaný na nulovú hodnotu trenia.
4. Grafický znázorníte závislosť nekorigovaného momentu I^* na parametri α .

Teoretická časť:

Metóda kyvu

Na obvod kolesa zavesíme závažie s hmotnosťou m . Keď teleso vychýlime z rovnovážnej polohy, začne okolo nej kmitať. Ak zanedbáme trenie, môžeme takto kmitajúce teleso popísať modelom fyzikálneho kyvadla. Ak sú výchylky dostatočne malé na to, aby platilo $\sin j \approx j$, kde φ je amplitúda výchylky, potom tento pohyb môžeme popísať rovnicou

$$I \frac{d\omega}{dt} = -mglj, \quad (1)$$

kde ω je uhlová rýchlosť kmitania, l vzdialenosť ťažiska závažia od osi otáčania, g je miestne tiažové zrýchlenie. Ak poznáme periódu kmitov, pre moment zotrvačnosti platí

$$I = ml \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - l \right). \quad (2)$$

Metóda otáčania kolesa

Na kolese sú pripevnené kladky rôznych polomerov. Keď na kladku s pomerom r pripevníme niť so závažím s hmotnosťou m , začne sa koleso otáčať s uhlovým zrýchlením ε . Keď neuvažujeme trenie, pohybová rovnica podľa II. vety impulzovej má tvar

$$I^* \varepsilon = mr(g - a), \quad (3)$$

kde I^* je nekorigovaný moment zotrvačnosti kolesa, r polomer kladky, a zrýchlenie závažia. Z (3) pre nekorigovaný moment zotrvačnosti kolesa platí

$$I^* = \frac{md^2}{4} \left(\frac{2g}{de} - 1 \right), \quad (4)$$

kde d pre priemer kladky.

Ak uvažujeme trenie, môžeme vzťah (4) prepísať pre korigovaný moment zotrvačnosti kolesa I_k do tvaru

$$I_k = \frac{md^2}{4} \left(\frac{2g}{de} - 1 \right) - \frac{1}{e} M_T, \quad (5)$$

kde M_T je moment síl trenia.

Ak zavedieme parameter $a = \frac{1}{e}$ (6), pre nekorigovaný moment zotrvačnosti kolesa I^* platí

$$I^* = I_k + aM_T. \quad (7)$$

Keď zostrojíme grafickú závislosť I^* na α , budú I_k a M_T koeficienty lineárnej regresie.

Výsledky merania:

Metóda kyvu

Pomocou rovnoramenných váh určíme hmotnosť závažia m , ktoré zavesíme na obvod kolesa.

$$\bullet \quad m = (148,5680 \pm 0,0005) \text{ g} \quad h_m = 3,4 \cdot 10^{-6}$$

Pomocou pásového meradla určíme vzdialenosť osi otáčania od ťažiska telesa. Vzhľadom k tvaru telesa a spôsobu merania odhadneme chybu merania na $0,3 \text{ mm}$.

$$\bullet \quad l = (241 \pm 3) \text{ mm} \quad h_l = 1,2 \cdot 10^{-2}$$

Na určenie periódy kmitov som zmeral desaťkrát 10 kmitov závažia pripevneného na kolese, čím môžeme znížiť chybu merania o rád. Namerané hodnoty obsahuje *tabuľka 1*.

Tabuľka 1 – Doba kmitu kolesa

číslo merania	1	2	3	4	5
$10 T [s]$	24,38	24,44	24,40	24,39	24,38
číslo merania	6	7	8	9	10
$10 T [s]$	24,37	24,40	24,37	24,38	24,37

Stredná hodnota doby desiatich kmitov je $10 T = 24,388 \text{ s}$. Smerodajná odchýlka aritmetického priemeru hodnôt je $s = 0,007 \text{ s}$. K tejto chybe musíme ešte pridať chybu spôsobenú reakčnou dobou experimentátora, ktorú odhadujem na $0,2 \text{ s}$. Výsledná chyba bude daná kvadratickým priemerom oboch chýb, t.j. $s = 0,2 \text{ s}$. Pre dobu jedného kmitu kolesa platí

$$\bullet \quad T = (2,44 \pm 0,02) \text{ s} \quad h_T = 8,2 \cdot 10^{-3}$$

Zo vzťahu (2) môžeme určiť moment zotrvačnosti kolesa. Hodnotu tiažového zrýchlenia uvažujem podľa [4], t.j. $g = 9,80665 \text{ m.s}^{-2}$. Chybu momentu zotrvačnosti určím podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [3]. Pre moment zotrvačnosti kolesa platí

$$\bullet \quad I = (44,3 \pm 1,0) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2 \quad h_I = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

Metóda otáčania

Pomocou rovnoramenných (do 200 g) a technických váh (do 40 g) určíme hmotností piatich závaží. Meranie hmotností závaží je presné (chyba určenia hmotnosti je $0,0005 \text{ g}$), no celková chyba bude daná hmotnosťou nite, ktorá sa odvíja z kladky. Hmotnosť nite som určil na technických váhach.

$$\bullet \quad m_n = (0,2900 \pm 0,0005) \text{ g}$$

Pre hmotností jednotlivých závaží platí (výsledné hodnoty sú zaokrúhlené vzhľadom k chybe merania)

$$\bullet \quad m_1 = (9,98 \pm 0,29) \text{ g}$$

$$\bullet \quad m_2 = (14,95 \pm 0,29) \text{ g}$$

$$\bullet \quad m_3 = (19,91 \pm 0,29) \text{ g}$$

$$\bullet \quad m_4 = (29,93 \pm 0,29) \text{ g}$$

$$\bullet \quad m_5 = (49,66 \pm 0,29) \text{ g}$$

Pomocou posuvného meradla určíme priemery štyroch kladiek. Od nameraného priemeru dvoch väčších kladiek musíme odpočítať dvakrát hĺbku zárezu. Chyba meradla je $0,05 \text{ mm}$, no celková chyba priemeru je ovplyvnená tým, že počas merania uhlového zrýchlenia je na kladke navitá niť, a preto chybu určenia polomeru odhadnem na $0,2 \text{ mm}$.

Pre priemery jednotlivých kladiek platí

- $d_1 = (59,85 \pm 0,20) \text{ mm}$
- $d_2 = (99,65 \pm 0,20) \text{ mm}$
- $d_3 = (138,8 \pm 0,2) \text{ mm}$
- $d_4 = (179,2 \pm 0,2) \text{ mm}$

Uhlové zrýchlenie ε určujeme pomocou elektronického snímača, program *kolo* metódou lineárnej regresie stanovil uhlové zrýchlenie a jeho chybu. Tieto hodnoty sú uvedené v *tabuľke 2*.

Tabuľka 2 – Uhlové zrýchlenie $\varepsilon [s^{-2}]$ pre rôzne m a r

	m_1	m_2	m_3
r_1	0.05447 ± 0.00075	0.08794 ± 0.00080	0.12531 ± 0.00090
r_2	0.09966 ± 0.00083	0.15705 ± 0.00095	0.2053 ± 0.0010
r_3	0.13846 ± 0.00092	0.2175 ± 0.0012	0.2968 ± 0.0014
r_4	0.1968 ± 0.0011	0.2988 ± 0.0015	0.4003 ± 0.0018
	m_4	m_5	
r_1	0.1944 ± 0.0011	0.3308 ± 0.0016	
r_2	0.3249 ± 0.0014	0.5521 ± 0.0022	
r_3	0.4571 ± 0.0020	0.7708 ± 0.0031	
r_4	0.6037 ± 0.0025	1.0042 ± 0.0041	

Zo vzťahu (4) určím nekorigovaný moment zotrvačnosti. Chybu momentu zotrvačnosti určíme podľa kvadratického zákona prenosu chýb, viď [3]. Vypočítané hodnoty sú uvedené v *tabuľke 3*.

Tabuľka 3 – Nekorigovaný moment zotrvačnosti $I^ [kg.m^2]$ pre rôzne m a r*

	m_1	m_2	m_3
r_1	$0,0538 \pm 0,013$	$0,0499 \pm 0,0011$	$0,0466 \pm 0,0008$
r_2	$0,0489 \pm 0,0071$	$0,0465 \pm 0,0009$	$0,0473 \pm 0,0007$
r_3	$0,0490 \pm 0,0052$	$0,0467 \pm 0,0009$	$0,0456 \pm 0,0007$
r_4	$0,0445 \pm 0,0037$	$0,0439 \pm 0,0009$	$0,0436 \pm 0,0007$
	m_4	m_5	
r_1	$0,0452 \pm 0,0005$	$0,0440 \pm 0,0003$	
r_2	$0,0449 \pm 0,0005$	$0,0438 \pm 0,0003$	
r_3	$0,0444 \pm 0,0005$	$0,0436 \pm 0,0003$	
r_4	$0,0433 \pm 0,0005$	$0,0431 \pm 0,0003$	

Zo vzťahu (7) môžeme pomocou lineárnej regresie vypočítať korigovaný moment zotrvačnosti. Získané hodnoty spracujeme pomocou programu *Origin*, ktorý určí aj chybu regresných koeficientov. Závislosť nekorigovaného momentu zotrvačnosti I^* na parametre $a = \frac{1}{e}$ je znázornená v *grafe 1*.

Pre korigovaný moment zotrvačnosti a moment trecích síl platí

- $I_k = (42,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ $h_{I_k} = 7,0 \cdot 10^{-3}$
- $M_T = (6,2 \pm 0,5) \text{ N.m}$ $h_{M_T} = 8,1 \cdot 10^{-2}$

Časovú závislosť uhlovej rýchlosti pre vybrané hodnoty parametru a znázorňuje *graf 2*.

Diskusia výsledkov:

Moment zotrvačnosti sme určili dvoma spôsobmi, výsledky sa približne zhodujú. Hodnota momentu zotrvačnosti, určená metódou kyvu, je o 3,6 % vyššia ako hodnota určená metódou otáčania (je to spôsobené tým, že pri metóde kyvu neuvažujeme trenie v ložiskách). Na chybu momentu zotrvačnosti určeného metódou kyvu má najväčší vplyv chyba určenia doby T , ktorá vo vzťahu (2) vystupuje v druhej mocnine. Na chybe T sa najviac podieľa reakčná doba experimentátora; jej zníženie by sa dalo dosiahnuť zvýšením počtu meraných kmitov, čo je vzhľadom k značnému tlmeniu náročné.

Na chybe uhlového zrýchlenia ε , z ktorého vychádzame pri lineárnej regresii, sa podieľa chyba doby prechodu lúča medzi dvoma zárezmi a pôsobenie momentu trecích síl. Relatívna chyba doby prechodu lúča medzi dvoma zárezmi rastie pre veľké hmotností závaží a kladky, no výrazne sa znižuje pôsobenie momentu trecích síl, a preto chyba uhlového zrýchlenia klesá, viď *tabuľka 2*.

V grafe znázorňujúcom závislosť uhlovej rýchlosti na čase sa moment trecích síl pre malé hmotností závaží prejavuje väčšími odchýlkami nameraných hodnôt od preloženej priamky. Táto závislosť má tvar podobný sínusoide, čo je spôsobené nerovnomerným otáčaním kolesa v dôsledku trenia a nesúmernosti.

Záver:

1. Metódou kyvu sme určili moment zotrvačnosti

$$I = (44,3 \pm 1,0) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2, h_I = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

2. Metódou otáčania sme určili moment zotrvačnosti pre jednotlivé závažia a kladky (*tabuľka 3*).

3. Lineárnou regresiou sme určili korigovaný moment zotrvačnosti I_k a moment trecích síl M_T

$$I_k = (42,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2, h_{I_k} = 7,0 \cdot 10^{-3}$$

$$M_T = (6,2 \pm 0,5) \text{ N.m}, h_{M_T} = 8,1 \cdot 10^{-2}$$

4. Závislosť nekorigovaného momentu zotrvačnosti na parametri α sme znázornili v *grafe 1*.

Literatúra:

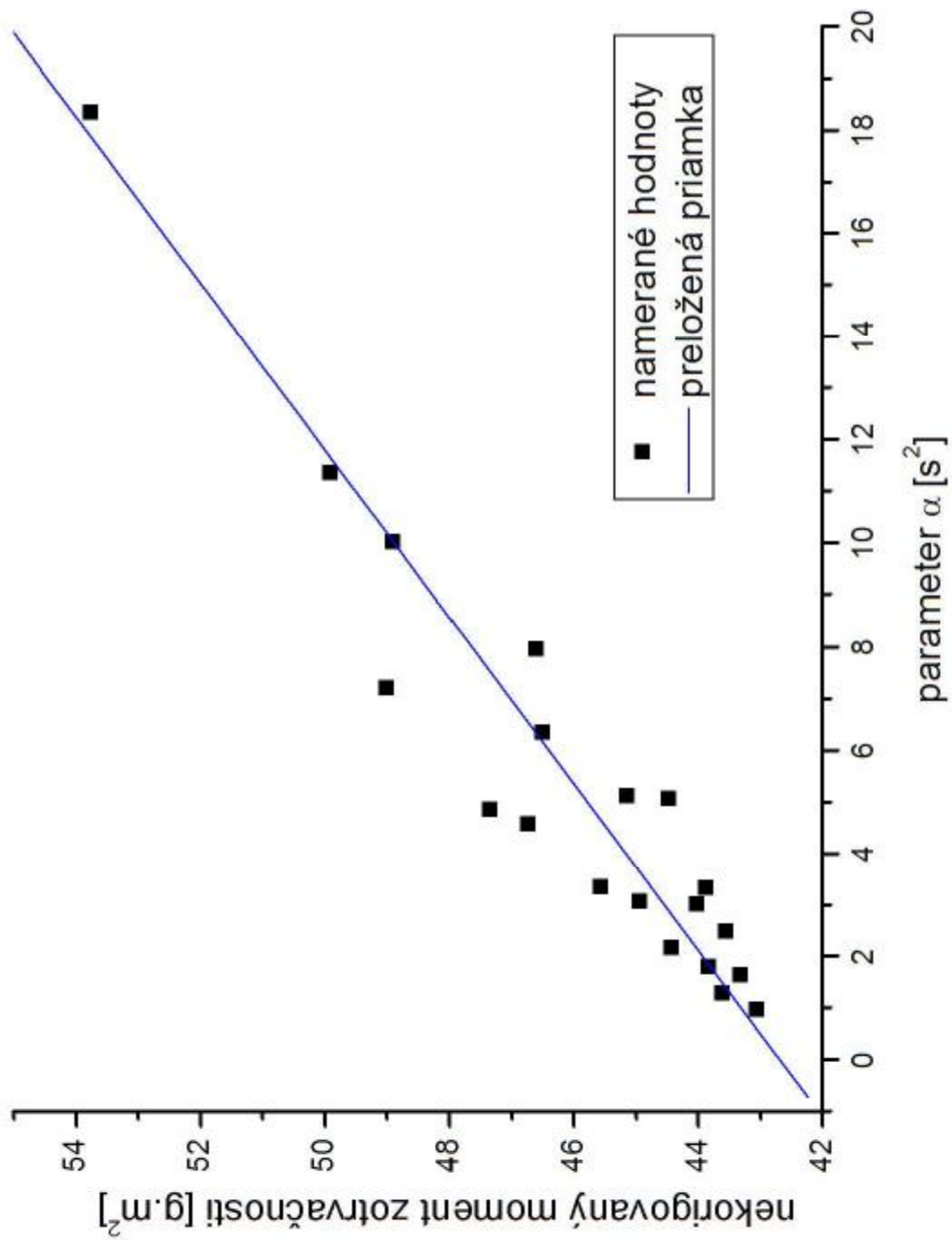
[1] Brož, J. a kol.: Základy fyzikálních měření I; SPN; Praha 1967

[2] Študijný text z www stránky fyzikálneho praktika MFF UK

[3] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

[4] Mikulčák, J. a kol.; Matematické, fyzikálne a chemické tabuľky pre SŠ; SPN; Bratislava 2002

Graf 1 - Závislosť nekorigovaného momentu na parametri α



Graf 2 - Závislost $\omega = \omega(t)$ pre tri vybrané parametre α

