

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II

Úloha č.:VI.....

Název: Meranie účinníku

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne.....26. 10. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: **Lustig**.....dne výsledek klasifikace**1**-.....

Připomínky:

Graf 1, 2, 3: „Prekladať krivkou.“

Pracovné úlohy:

1. Zmerajte účinník
 - a. rezistoru
 - b. kondenzátoru ($C = 10 \text{ mF}$)
 - c. cievky
2. Určite chybu merania. Diskutujte zhodu výsledkov pre ideálne prvky. Pre cievku vypočítajte indukčnosť a odpor v sériovom a paralelnom náhradnom zapojení.
3. Zmerajte účinník sériového a paralelného zapojenia rezistoru a kondenzátoru $C = 1; 2; 5; 10 \text{ mF}$. Z nameraných hodnôt zostavte odpor rezistoru. Určite chyby merania a rozhodnite, ktoré z oboch zapojení je v danom prípade vhodnejšie pre stanovenie odporu.
4. Zmerajte závislosť prúdu a výkonu na veľkosti kapacity zaradenej do sériového RLC obvodu.
5. Výsledky úlohy 4) spracujte graficky, v závislosti na zaradenej kapacite vynesť účinník, fázový posun napätia voči prúdu a výkon.

Teoretická časť:

Stredná hodnota výkonu je určená vzťahom, viď [1]

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt, \quad (1)$$

kde T je perióda, $u(t)$ a $i(t)$ je okamžitá hodnoty napätie resp. prúdu v čase t .

Pre harmonický priebeh napätie a prúdu môžeme predchádzajúci vzťah prepísať do tvaru

$$P = \frac{U_0 I_0}{2} \cos j = U_{ef} I_{ef} \cos j, \quad (2)$$

kde U_0 resp. I_0 je maximálna hodnota napätia resp. prúdu a U_{ef} resp. I_{ef} je efektívna hodnota napätia resp. prúdu. Výraz $\cos j$ nazývame účinníkom.

Ak zavedieme komplexnú symboliku, platí

$$u^*(t) = u_0 e^{j(\omega t + j_1)}, \quad (3)$$

$$i^*(t) = i_0 e^{j(\omega t + j_2)}, \quad (4)$$

kde j je imaginárna jednotka a ω je kruhová frekvencia.

Pomer okamžitých hodnôt u^* a i^* je časovo nezávislý, vyjadruje to zovšeobecnený Ohmov zákon

$$U^* = Z^* I^*, \quad (5)$$

kde Z^* je komplexná impedancia. Pre rezistanciu Z_R , kapacitanciu Z_C a induktanciu Z_L platí

$$Z_R = R, \quad (6)$$

$$Z_C = -\frac{j}{\omega C} = \frac{j}{\omega C} e^{-\frac{j\pi}{2}}, \quad (7)$$

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{\frac{j\pi}{2}}. \quad (8)$$

Zo vzťahov (5), (7) a (8) dostávame po úprave pre veľkosť impedancie resp. pre fázový posun napätia voči prúdu sériového RL obvodu

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (9)$$

$$j = \arctg \frac{\omega L}{R}. \quad (10)$$

Podobne pre sériový RC obvod platí

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \quad (11)$$

$$j = \arctg\left(-\frac{1}{\omega RC}\right). \quad (12)$$

Ak zavediem admitanciu Y ako prevrátenú hodnotu impedancie a fázový posun prúdu voči napätiu $j' = -j$, môžeme pre paralelný RL obvod písať

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}}, \quad (13)$$

$$j' = \arctg\left(-\frac{R}{\omega L}\right). \quad (14)$$

Podobne pre paralelný RC obvod

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}, \quad (15)$$

$$j' = \arctg \omega RC. \quad (16)$$

Ak dosadíme z Ohmovho zákona (5) do (9) a (10), dostaneme pre indukčnosť L_s a odpor R_s sériového RL obvodu

$$R_s = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 j}} = \frac{U \cos j}{I}, \quad (17)$$

$$L_s = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 j}{1 + \operatorname{tg}^2 j}} = \frac{U}{\omega I} \sqrt{1 - \cos^2 j}. \quad (18)$$

Podobne dosadením z (5) do (13) a (14) pre paralelný RL obvod platí

$$R_p = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 j} = \frac{U}{I \cos j}, \quad (19)$$

$$L_p = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 j}{\operatorname{tg}^2 j}} = \frac{U}{\omega I} \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 j}}. \quad (20)$$

Podobne určíme náhradný sériový resp. paralelný odpor a kapacitu pre RC obvod

$$C_s = \frac{I}{\omega U} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 j}{\operatorname{tg}^2 j}} = \frac{I}{\omega U} \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 j}}, \quad (21)$$

$$C_p = \frac{I}{\omega U} \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 j}{1 + \operatorname{tg}^2 j}} = \frac{I}{\omega U} \sqrt{1 - \cos^2 j}, \quad (22)$$

$$R_s = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 j}} = \frac{U \cos j}{I}, \quad (23)$$

$$R_p = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 j} = \frac{U}{I \cos j}. \quad (19)$$

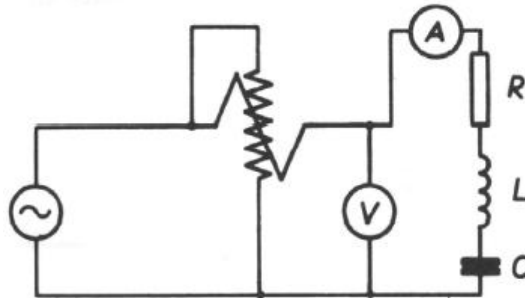
Výsledky merania:

Použité meracie prístroje:

- ampérmeter
 - rozsah: 200 mA
 - chyba merania: 0,5 % · rozsah + 0,5 % · nameraná hodnota
- voltmeter

- rozsah: 200 V
- chyba merania: $0,5 \% \cdot \text{rozsah} + 0,5 \% \cdot \text{nameraná hodnota}$
- wattmeter
 - rozsah: 7,5 W
 - § wattmeter bol zapojený na prúd 100 mA a napätie 75 V ; pri tomto zapojení jeden dielik na wattmetri zodpovedá $0,025 \text{ W}$.
 - trieda presnosti: 0,2
 - § absolútnu chybu nameranej veličiny uvažujem ako presnosť odčítania 3 dielikov na stupnici, t.j. $0,08 \text{ W}$

Chyby jednotlivých meracích prístrojov sú určené podľa údajov uvedených na prístrojoch. Meranie som prevádzkal podľa schémy na obr. 1.



Obr. 1 – Zapojenie obvodu pri meraní účinníku

V úlohe 1) som postupne do obvodu zapojil rezistor R , cievku L a kondenzátor C . Účinník som určil podľa vzťahu (2); chybu $\cos \varphi$ som určil z kvadratického zákona hromadenia chýb, vid' [2]. Namerané a vypočítané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1.

Tabuľka 1 – Účinník rezistoru, cievky a kondenzátoru

	$I \text{ [mA]}$	$U \text{ [V]}$	$P \text{ [W]}$	$\cos \varphi$	$\eta_{\cos \varphi} \text{ [%]}$	$\varphi \text{ [}^\circ\text{]}$
R	$66,3 \pm 1,3$	$58,7 \pm 1,3$	$3,90 \pm 0,08$	$1,002 \pm 0,036$	3,6	
L	$38,0 \pm 1,2$	$58,4 \pm 1,3$	$0,80 \pm 0,08$	$0,360 \pm 0,039$	10,8	$68,9 \pm 7,4$
C	$175,3 \pm 1,9$	$58,6 \pm 1,3$	$0,73 \pm 0,08$	$0,071 \pm 0,008$	11,3	$-85,9 \pm 9,7$

Pri určovaní chyby fázového posunu φ uvažujem rovnakú relatívnu chybu ako je $\eta_{\cos \varphi}$. Pre rezistor vychádza účinník väčší ako 1, t.j. nemôžeme určiť fázový posun medzi napätím a prúdom. Výslednú hodnotu účinníka pre rezistor uvažujem ako $\cos \varphi_R = 1^{+0,00}_{-0,04}$.

V úlohe 2) som podľa vzťahov (17) až (20) určil indukčnosť a odpor cievky v náhradnom sériovom a paralelnom zapojení. Uvažujem frekvenciu striedavého prúdu $f = (50,0 \pm 0,5) \text{ Hz}$. Ich chyby som určil podľa kvadratického zákona hromadenia chýb, vid' [2].

$$R_s = (550 \pm 60) \Omega, h_{R_s} = 10,9 \%$$

$$L_s = (4,6 \pm 0,2) \Omega, h_{L_s} = 4,3 \%$$

$$R_p = (4270 \pm 460) \Omega, h_{R_p} = 10,8 \%$$

$$L_p = (5,2 \pm 0,3) \Omega, h_{L_p} = \%$$

V úlohe 3) pre sériový RC obvod som namerlal hodnoty, ktoré sú uvedené v tabuľke 2. Náhradný sériový odpor rezistoru určím podľa (12). Výsledný odpor som určil ako aritmetický priemer vypočítaných hodnôt (odpor určený pre kapacitu $4,89 \text{ mF}$ a $9,99 \text{ mF}$ nezahŕňam do aritmetického priemeru, pretože im zodpovedajúci účinník sa veľmi odlišuje od teoretickej hodnoty).

Tabuľka 2 – Sériový RC obvod

$C [\mu F]$	$I [mA]$	$U [V]$	$P [W]$	$\cos \varphi$	$\varphi [^\circ]$	$R_s [\Omega]$	$\eta_R [\%]$
1,05	$18,23 \pm 1,1$	$59,5 \pm 1,3$	$0,30 \pm 0,08$	0,277	74	870 ± 100	11
2,21	$34,11 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,05 \pm 0,08$	0,522	59	881 ± 90	10
4,89	$51,36 \pm 1,3$	$58,7 \pm 1,3$	$2,38 \pm 0,08$	0,789	38	836 ± 66	8
9,99	$61,63 \pm 1,3$	$58,5 \pm 1,3$	$3,35 \pm 0,08$	0,929	22	800 ± 84	11

$$R_s = (880 \pm 100) \Omega, h_{R_s} = 11 \%$$

Podobným spôsobom som určil náhradný odpor pri paralelnom zapojení v RC obvode. Namerané a vypočítané hodnoty sú uvedené v tabuľke 3. Výsledný odpor som určil ako aritmetický priemer vypočítaných hodnôt (odpor určený pre kapacitu 1,05 mF a 2,21 mF nezahŕňam do aritmetického priemeru, pretože im zodpovedajúci účinník sa veľmi odlišuje od teoretickej hodnoty).

Tabuľka 3 – Paralelný RC obvod

$C [\mu F]$	$I [mA]$	$U [V]$	$P [W]$	$\cos \varphi$	$\varphi [^\circ]$	$R_s [\Omega]$	$\eta_R [\%]$
1,05	$69,4 \pm 1,3$	$58,5 \pm 1,3$	$3,90 \pm 0,08$	$0,961 \pm 0,034$	16	872 ± 112	13
2,21	$77,9 \pm 1,4$	$58,5 \pm 1,3$	$3,93 \pm 0,08$	$0,862 \pm 0,030$	30	847 ± 59	7
4,89	$111,1 \pm 1,6$	$58,5 \pm 1,3$	$4,20 \pm 0,08$	$0,646 \pm 0,021$	50	769 ± 34	4
9,99	$194,1 \pm 2,0$	$58,3 \pm 1,3$	$4,58 \pm 0,08$	$0,405 \pm 0,012$	66	719 ± 24	3

$$R_p = (744 \pm 25) \Omega, h_{R_p} = 3,4 \%$$

Meranie závislosti prúdu a výkonu na veľkosti zaradenej kapacity do sériového RLC obvodu v úlohe 4) som prevádzal pre 31 rôznych hodnôt kapacity kondenzátora. Chybu účinníku a fázového posunu som určil z kvadratického zákona prenosu chýb. Účinník som určil podľa (2). Namerané a vypočítané hodnoty sú uvedené v tabuľke 4.

Závislosť účinníku, výkonu a fázového posunu na kapacite zaradeného kondenzátora som znázornil v grafoch 1, 2 a 3. Pri troch hodnotách kapacity vyšiel účinník väčší ako 1, a preto tieto hodnoty neuvažujem pri vytváraní grafov.

Diskusia výsledkov:

Účinník ideálnej cievky a kondenzátora by mal byť nulový, no namerané hodnoty nie sú nulové, čo je spôsobené tým, že nemôžeme zanedbať vnútorný odpor prvkov. Vnútorný odpor meraného kondenzátora je pomerne malý (vypočítaná hodnota fázového posunu sa líši od ideálnej iba o $4,1^\circ$). Vnútorný odpor meranej cievky sa prejavil znateľne (teoretický fázový posun má byť 90° , no nameraná hodnota je $68,9^\circ$) – vypočítaný náhradný sériový odpor cievky je $R_s = (550 \pm 60) \Omega$. Teoretická hodnota účinníku pre rezistor je 1, no nameraná hodnota vyšla o niečo väčšia – 1,002.

Odchýlky od teoretických hodnôt sú pravdepodobne spôsobené nejakou systematickou chybou. Najväčšia chyba vznikala pri meraní prúdu prechádzajúceho obvodom (počas merania sa hodnota na digitálnom ampérmetri menila asi o 0,5 A). Vplyv na odchýlky od teoretických hodnôt môže mať aj nenulový vnútorný odpor meracích prístrojov – kvôli odporu ampérmetru je prúd prechádzajúci meraným rezistorom nižší ako prúd prechádzajúci wattmetrom. Tieto chyby sa prejavujú aj v ďalších úlohách.

Meranie odporu v RC obvode v sériovom a paralelnom zapojení ukázalo, že na určenie odporu je vhodnejšie paralelné zapojenie. Vyplýva to nielen z menšej chyby merania, ale aj z toho, že pri sériovom zapojení sa prejavujú systematické chyby spôsobené vnútornými

odpormi ampérmetra a voltmetra. Nameraná hodnota odporu rezistoru sa odlišuje od hodnoty, ktorú by sme zistili z merania samotného rezistoru.

Závislosť výkonu, účinníka a fázového posunu je znázornená v grafe 1 – 3. Zo vzťahu 2 môžeme dostať len absolútnu hodnotu fázového posunu, čo sa prejaví aj v grafe 3. Z grafu 3 vyplýva, že pri malej hodnote kapacity prevažuje v sériovom RLC obvode kapacitný člen; pri vyššej hodnote kapacity prevažuje v obvode indukcia cievky. Spracovaním nameraných hodnôt môžeme určiť, kedy sa odpor stáva rezonančným. Z jednotlivých grafov vyplýva, že rezonancia nastáva niekde v rozmedzí $2,0 - 2,5 \text{ mF}$; tomu zodpovedá výkon, prúd i účinník. Z podmienky rezonancie RLC obvodu $\omega L = 1/\omega C$ môžeme nezávisle odvodiť indukčnosť zapojenej cievky. Ak predpokladáme, že rezonancia nastala pri $C = 2,2 \text{ mF}$, vychádza indukčnosť cievky $L = 4,6 \text{ H}$, čo sa dobré zhoduje s výsledkami získanými v úlohe 2).

Záver:

Určil som účinník:

- rezistora (uvažujem nasledovnú hodnotu):

$$\cos j_R = 1_{-0,04}^{+0,00}$$

- kondenzátoru:

$$\cos j_C = 0,36 \pm 0,04$$

- cievky:

$$\cos j_L = 0,07 \pm 0,01$$

Pre cievku som vypočítal odpor a indukčnosť v sériovom a paralelnom náhradnom zapojení:

$$R_s = (550 \pm 60) \Omega, h_{R_s} = 10,9 \%$$

$$L_s = (4,6 \pm 0,2) \Omega, h_{L_s} = 4,3 \%$$

$$R_p = (4270 \pm 460) \Omega, h_{R_p} = 10,8 \%$$

$$L_p = (5,2 \pm 0,3) \Omega, h_{L_p} = \%$$

Určil som účinník v sériovom (tabuľka 2) a paralelnom (tabuľka 3) RC obvode. Z nameraných hodnôt som vypočítal odpor kondenzátoru:

$$R_s = (880 \pm 100) \Omega, h_{R_s} = 11 \%$$

$$R_p = (744 \pm 25) \Omega, h_{R_p} = 3,4 \%$$

Pre sériový RLC obvod som premeral závislosť prúdu výkonu na veľkosti kapacity zaradenej do obvodu; grafické závislosti sú znázornené v grafoch 1 a 2.

Literatúra:

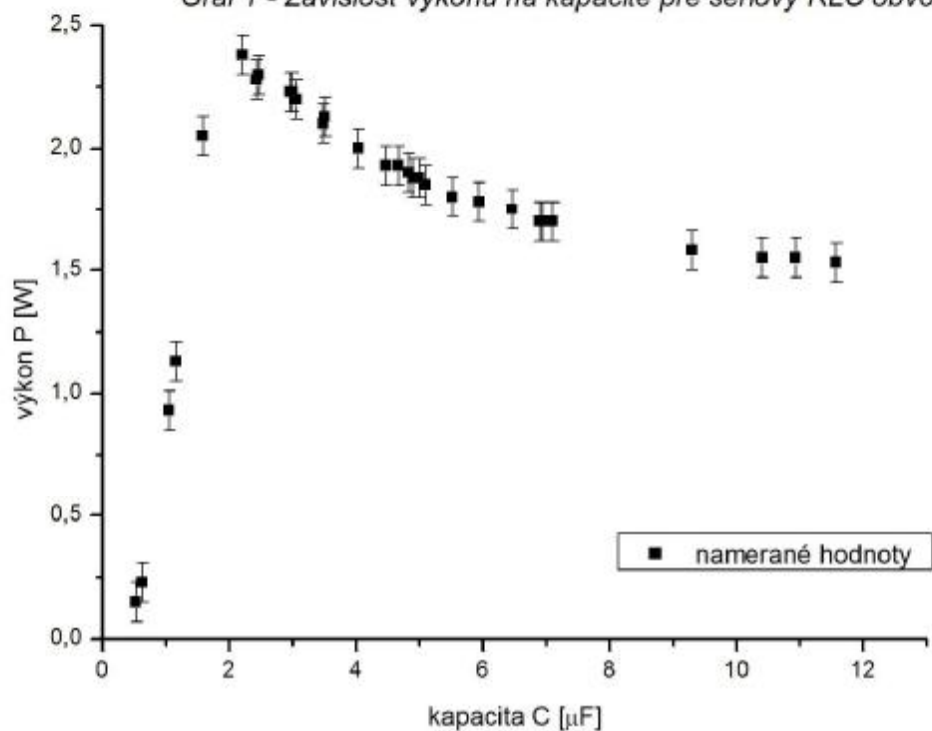
[1] Bakule, J.; Štenberk: Fyzikálne praktikum II; SPN; Praha 1989

[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

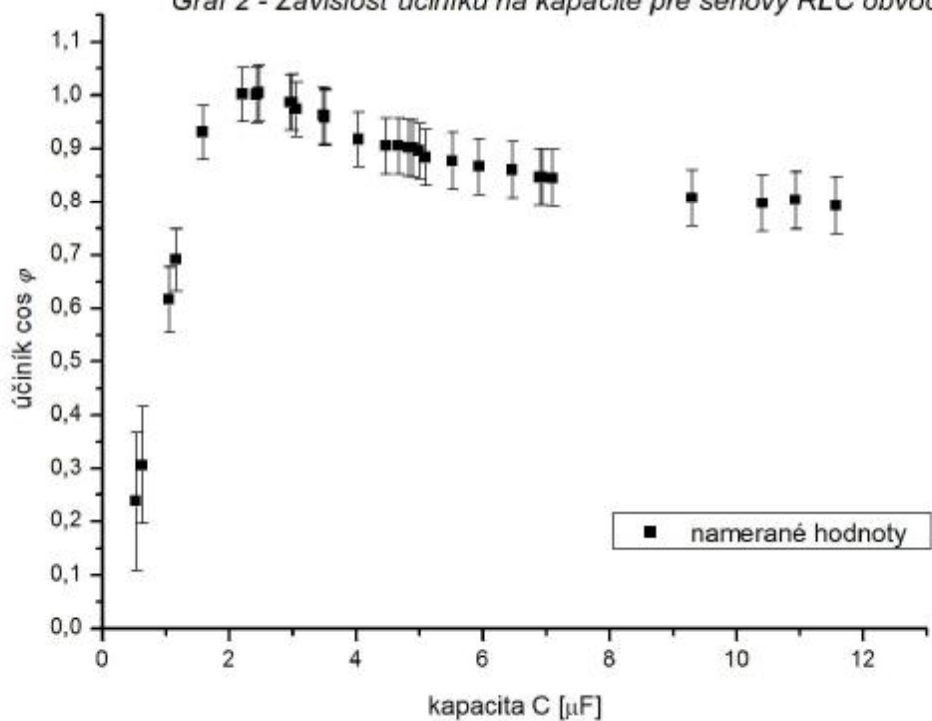
Tabuľka 4 – RLC obvod

$C [\mu F]$	$I [mA]$	$U [V]$	$P [W]$	$\cos [\varphi]$	$\varphi [^\circ]$
0,53	$10,58 \pm 1,1$	$59,5 \pm 1,3$	$0,15 \pm 0,08$	$0,238 \pm 0,13$	$76,2 \pm 4,7$
0,63	$12,64 \pm 1,1$	$59,4 \pm 1,3$	$0,23 \pm 0,08$	$0,306 \pm 0,11$	$72,2 \pm 4,7$
1,05	$25,43 \pm 1,1$	$59,3 \pm 1,3$	$0,93 \pm 0,08$	$0,617 \pm 0,061$	$51,9 \pm 5,3$
1,16	$27,61 \pm 1,1$	$59,2 \pm 1,3$	$1,13 \pm 0,08$	$0,691 \pm 0,058$	$46,3 \pm 5,4$
1,58	$37,34 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$2,05 \pm 0,08$	$0,931 \pm 0,051$	$21,5 \pm 6,5$
2,21	$40,39 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$2,38 \pm 0,08$	$1,002 \pm 0,050$	
2,43	$38,66 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$2,28 \pm 0,08$	$1,001 \pm 0,052$	
2,46	$38,80 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$2,30 \pm 0,08$	$1,005 \pm 0,052$	
2,96	$38,46 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$2,23 \pm 0,08$	$0,986 \pm 0,052$	$9,6 \pm 6,7$
2,99	$38,44 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$2,23 \pm 0,08$	$0,987 \pm 0,052$	$9,4 \pm 6,7$
3,06	$38,36 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$2,20 \pm 0,08$	$0,974 \pm 0,051$	$13,2 \pm 6,7$
3,48	$37,11 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$2,10 \pm 0,08$	$0,962 \pm 0,053$	$15,8 \pm 6,6$
3,51	$37,57 \pm 1,2$	$59,2 \pm 1,3$	$2,13 \pm 0,08$	$0,958 \pm 0,052$	$16,7 \pm 6,6$
3,51	$37,69 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$2,13 \pm 0,08$	$0,961 \pm 0,052$	$16,0 \pm 6,6$
4,04	$36,95 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$2,00 \pm 0,08$	$0,917 \pm 0,051$	$23,4 \pm 6,4$
4,47	$36,12 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,93 \pm 0,08$	$0,906 \pm 0,052$	$25,1 \pm 6,4$
4,67	$36,14 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,93 \pm 0,08$	$0,905 \pm 0,052$	$25,2 \pm 6,4$
4,83	$35,70 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,90 \pm 0,08$	$0,902 \pm 0,053$	$25,6 \pm 6,3$
4,89	$35,44 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$1,88 \pm 0,08$	$0,901 \pm 0,053$	$25,8 \pm 6,3$
5,00	$35,63 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$1,88 \pm 0,08$	$0,896 \pm 0,052$	$26,4 \pm 6,3$
5,10	$35,46 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,85 \pm 0,08$	$0,884 \pm 0,052$	$27,8 \pm 6,3$
5,52	$34,90 \pm 1,2$	$58,8 \pm 1,3$	$1,80 \pm 0,08$	$0,877 \pm 0,053$	$28,7 \pm 6,2$
5,94	$34,67 \pm 1,2$	$59,2 \pm 1,3$	$1,78 \pm 0,08$	$0,867 \pm 0,053$	$29,9 \pm 6,2$
6,47	$34,46 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,75 \pm 0,08$	$0,861 \pm 0,053$	$30,6 \pm 6,2$
6,90	$34,11 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$1,70 \pm 0,08$	$0,846 \pm 0,053$	$32,2 \pm 6,1$
6,93	$34,12 \pm 1,2$	$58,9 \pm 1,3$	$1,70 \pm 0,08$	$0,846 \pm 0,053$	$32,2 \pm 6,1$
7,10	$34,10 \pm 1,2$	$59,0 \pm 1,3$	$1,70 \pm 0,08$	$0,845 \pm 0,053$	$32,3 \pm 6,1$
9,30	$33,14 \pm 1,2$	$59,1 \pm 1,3$	$1,58 \pm 0,08$	$0,807 \pm 0,053$	$36,2 \pm 6,0$
10,41	$32,83 \pm 1,2$	$59,2 \pm 1,3$	$1,55 \pm 0,08$	$0,798 \pm 0,053$	$37,1 \pm 5,9$
10,94	$32,67 \pm 1,2$	$59,1 \pm 1,3$	$1,55 \pm 0,08$	$0,803 \pm 0,054$	$36,6 \pm 6,0$
11,57	$32,57 \pm 1,2$	$59,2 \pm 1,3$	$1,53 \pm 0,08$	$0,794 \pm 0,054$	$37,5 \pm 5,9$

Graf 1 - Závislost výkonu na kapacite pre sériový RLC obvod



Graf 2 - Závislost účinníku na kapacite pre sériový RLC obvod



Graf 3 - Závislost' fázového posunu na kapacitě pro sériový RLC obvod

