

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II

Úloha č.:VIII.....

Název: Meranie impedancie rezonančnou metódou

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne..... 21. 10. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: **Ošťádal**.....dne výsledek klasifikace**1**-.....

Připomínky:

Teoretická část: „Čo je I , I_r ?“

Tabuľka 1: „Uviest' hodnoty L_A , L_B .“

Tabuľka 2: „Uviest' hodnoty C_A , C_B .“

Tabuľka 3: „Uviest' hodnoty L_I , L_{II} .“

„Vlastná kapacita sa dá určiť i z prevedených meraní.“

Pracovné úlohy:

1. Zmerajte indukčnosti $L(A)$, $L(B)$ a vlastné kapacity C_A , C_B cievok A , B .
2. Určite vzájomnú indukčnosť M cievok A , B umiestnených vo svorkách 1, 2 a 3, 4 z merania ich celkovej indukčnosti.
3. Pre jedno zapojenie premerajte rezonančnú krivku. Nameraný priebeh porovnajte s teoretickým a vyhodnoťte mieru útlmu, činiteľ akosti a náhradný sériový odpor obvodu.
4. Preveďte kalibráciu otočného kondenzátoru diferenčnou metódou a výsledok vyneste do grafu.
5. Meranie indukčnosti a vzájomnej indukčnosti niekoľkokrát opakujte a výsledok vyhodnoťte.

Teoretická časť:

Meranie indukčnosti a vlastnej kapacity cievok

Meranie sa prevádza pomocou Q – metra. Meraná cievka je pripojená ku svorkám, svorky pre druhú cievku sú skratované. Vstavaný kondenzátor nastavíme na hodnotu C . Zmenou frekvencie nájdeme rezonanciu ako maximálnu výchylku na galvanometre. Zo vzťahu pre rezonančnú frekvenciu vypočítame indukčnosť cievky, viď [1]

$$L = \frac{1}{4p^2 f_r^2 C}, \quad (1)$$

kde f_r je rezonančná frekvencia.

Výsledok merania je ovplyvnený vlastnou kapacitou cievky, ktorú by sme mali zahrnúť do kapacity vo vzorci (1).

Veľkosť vlastnej kapacity cievky môžeme zistiť nasledujúcim spôsobom. Na kondenzátore nastavíme kapacitu C_1 a nájdeme rezonančnú frekvenciu f_1 . Po odčítaní hodnoty f_1 zvýšime frekvenciu na dvojnásobok $f_2 = 2f_1$. Rezonanciu nastavíme zmenou kapacity na hodnotu C_2 , ktorú odčítame. Vlastnú kapacitu vypočítame zo vzťahu

$$C_0 = \frac{C_1 - 4C_2}{3}. \quad (2)$$

Meranie vzájomnej indukčnosti

Ak zapojíme cievky s indukčnosťami L_A a L_B a vzájomnej indukčnosti M do série, potom pre celkovú kapacitu platí

$$L_{1,2} = L_A + L_B \pm 2M. \quad (3)$$

Kladné resp. záporné znamienko platí pre súhlasný resp. nesúhlasný smer vinutia. Celkovú indukčnosť pre obe zapojenia zmeriame vyššie uvedenou metódou. Zo získaných hodnôt L_1 a L_2 vypočítame vzájomnú indukčnosť M zo vzťahu

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4}. \quad (4)$$

Meranie rezonančnej krivky

Pre kapacitu kondenzátoru C nastavíme rezonančnú frekvenciu. Pre zvolené výchylky galvanometru odčítame hodnotu frekvencie na oboch stranách od rezonancie. Nameranú rezonančnú krivku vynesieme do grafu. Rezonančnú krivku popisuje vzťah

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}, \quad (5)$$

kde $y = I / I_r$; d je miera útlmu (charakterizuje šírku rezonančnej krivky).

Redukovanou rezonančnou krivkou nazývame závislosť pomernej hodnoty prúdu $y = I/I_r$ na rozladiení $x = w/w_r$. Výchylka na galvanometri je vďaka kvadratickej charakteristike diódy úmerná štvorcu prúdu v obvode. V polovičnej výške rezonančnej krivky ($y^2 = 0,5$) odčítame jej šírku. Nájdená šírka zodpovedá miere útlmu d . Činiteľ akosti je rovný prevrátenej hodnote miery útlmu

$$Q = \frac{1}{d}. \quad (6)$$

Náhradný sériový odpor obvodu získame priamo zo vzťahu pre mieru útlmu

$$R = d \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (7)$$

Kalibrácia kondenzátoru diferenčnou metódou

Kondenzátor Q – metra nastavíme na maximálnu hodnotu $C_1 = 1100 \text{ pF}$ a nájdeme rezonančnú frekvenciu. Meraný otočný kondenzátor pripojíme paralelne. Zmenou kapacity kondenzátoru na hodnotu C_2 nájdeme rezonanciu. Potom pre kapacitu C_x meraného kondenzátoru platí

$$C_x = C_1 - C_2. \quad (8)$$

Výsledky merania:

Vlastná indukčnosť a vlastná kapacita

Meranie indukčnosti a vlastnej kapacity cievok som prevádzkal pre viacero hodnôt C kapacity kondenzátoru. V blízkosti rezonancie som odčítal vždy dve hodnoty frekvencie f_1, f_2 pri rovnakej výchylke galvanometru a výslednú rezonančnú frekvenciu som určil ako ich aritmetický priemer $f_r = \frac{f_1 + f_2}{2}$. Rezanančná krivka zodpovedá Gaussovej krivke. Okolo maxima má veľmi malú deriváciu, a preto je veľká nepresnosť určenia tohto miesta – chybu určenia rezonančnej frekvencie odhadujem na 1 kHz . Namerané hodnoty sú v *tabuľke 1*.

Tabuľka 1 – Rezanančné frekvencie

Cievka A				Cievka B			
C [pF]	f_1 [kHz]	f_2 [kHz]	f [kHz]	C [pF]	f_1 [kHz]	f_2 [kHz]	f [kHz]
400	503,59	505,60	504,6	400	486,86	489,01	487,9
500	457,75	461,03	459,5	500	439,13	441,18	440,2
600	420,23	422,86	421,6	600	402,15	404,18	403,2
700	392,48	394,15	393,3	700	374,40	375,92	375,2
800	367,64	371,13	369,4	800	351,19	352,40	351,8
900	349,13	351,86	350,5				

Vlastnú kapacitu cievok som meral pre 3 hodnoty kapacity kondenzátoru Q – metra. Namerané hodnoty sú v *tabuľke 2*.

Tabuľka 2 – Vlastné kapacity cievok

Cievka A			Cievka B		
C_1 [pF]	f_r [kHz]	C_1 [pF]	C_1 [pF]	f_r [kHz]	C_2 [pF]
400	504,6	43,0	400	487,9	75,5
500	459,5	72,5	500	440,2	102,5
600	421,6	101,5	600	403,2	127,5

Podľa (2) som vypočítal vlastnú kapacitu cievky (výslednú hodnotu som určil ako aritmetický priemer a za ich chybu beriem smerodajnú odchýlku aritmetického priemeru).

$$C_A = (70,2 \pm 4,6) \text{ pF}, h_{C_A} = 6,6 \%$$

$$C_B = (30,9 \pm 1,3) \text{ pF}, h_{C_B} = 4,2 \%$$

Indukčnosť cievok A a B som určil podľa (1) – výslednú hodnotu určím ako aritmetický priemer a za ich chybu beriem smerodajnú odchýlku aritmetického priemeru (chyby vyplývajúce zo zákona prenosu chýb sú menšie ako smerodajná odchýlka aritmetického priemeru hodnôt).

$$L_A = (212,2 \pm 0,9) \text{ mH}, h_{L_A} = 0,4 \%$$

$$L_B = (246,5 \pm 0,3) \text{ mH}, h_{L_B} = 0,1 \%$$

Meranie vzájomnej indukčnosti

Vzájomnú indukčnosť cievok som meral pre 3 kapacity kondenzátora. Meranie rezonančných frekvencií v oboch zapojeniach smeru vinutia som prevádzal tou istou metódou ako pre vlastnú indukčnosť. Namerané hodnoty f_1 , f_2 a vypočítané hodnoty f_r sú pre obidva smery vinutia sú uvedené v *tabuľke 2*. Meranie pre každú kapacitu som trikrát opakoval. Výsledné hodnoty a chyby rezonančných frekvencií určím tak ako v predchádzajúcich úlohách.

Tabuľka 3 – Vzájomná indukčnosť cievok

	$C = 400 \text{ pF}$			$C = 500 \text{ pF}$			$C = 600 \text{ pF}$		
	$f_1 [\text{pF}]$	$f_2 [\text{pF}]$	$f [\text{pF}]$	$f_1 [\text{pF}]$	$f_2 [\text{pF}]$	$f [\text{pF}]$	$f_1 [\text{pF}]$	$f_2 [\text{pF}]$	$f [\text{pF}]$
Zapojenie I	319,12	321,05	320,1	287,01	289,44	288,2	262,85	265,70	264,3
	319,22	321,10	320,2	286,95	289,54	288,2	262,13	265,18	263,7
	319,40	320,98	320,2	286,80	289,13	288,0	261,99	265,00	263,5
Zapojenie II	408,61	411,77	410,2	367,88	371,16	369,5	337,81	339,95	338,9
	408,62	411,81	410,2	368,00	371,23	369,6	337,85	339,87	338,9
	407,45	411,66	409,6	367,90	371,22	369,6	337,70	339,72	338,7

Z nameraných rezonančných frekvencií som vypočítal indukčnosti cievok L_1 a L_2 podľa (1). Celkovú kapacitu som určil ako paralelné zapojenie kondenzátora s kapacitou C k sériovo spojenej sústave kondenzátorov s kapacitou C_A a C_B (chybu určenia C odhadujem na 5 pF).

$$L_1 = (585,7 \pm 0,5) \text{ mH}$$

$$L_2 = (356,5 \pm 1,1) \text{ mH}$$

Z týchto hodnôt som podľa (4) určil vzájomnú indukčnosť cievok A , B . Chybu vzájomnej indukčnosti cievok som určil z lineárneho zákona prenosu chýb, viď [2].

$$M = (57,4 \pm 1,6) \text{ mH}, h_M = 2,8 \%$$

Rezonančná krivka

Rezonančnú krivku som premeral pre sériovo zapojený kondenzátor $C = 400 \text{ pF}$ a cievky A a B pri zapojení I. Rozsah galvanometru som nastavil tak, aby pri rezonancii ukazoval maximálnu výchylku. Namerané hodnoty frekvencií f a výchyliek n na galvanometri sú v *tabuľke 4*. Redukovaná rezonančná krivka je znázornená v *grafe 1* (na zvislú os vynášam $n/50$ lebo $n \cdot I^2$). V *grafe 1* je znázornená aj teoretická závislosť, ktorá je daná vzťahom (5). Rezonančnú frekvenciu som určil ako aritmetický priemer dvoch hodnôt pri maximálnej výchylke; za ich chybu berieme smerodajnú odchýlku aritmetického priemeru hodnôt.

$$f_r = (320,5 \pm 0,2) \text{ kHz}$$

Tabuľka 4 – Rezonančná krivka

n	2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$f [\text{kHz}]$	294,1	305,0	310,0	312,4	313,9	315,0	315,9	316,7	317,5	318,3	320,7
n	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	
$f [\text{kHz}]$	320,3	321,9	322,9	323,6	324,5	325,4	326,6	328,2	330,8	336,7	

Body x_1 a x_2 , v ktorých je $y^2 = 0,5$, sme určili lineárnou aproximáciou z dvoch susedných hodnôt. Chybu veličín som určil na základe toho, že bolo možné meniť frekvenciu na generátore bez toho, aby bola pozorovateľná zmena na galvanometri. Zo získaných hodnôt pre mieru útlmu platí

$$d = (3,25 \pm 0,13) \cdot 10^{-2}, h_d = 4,0 \%$$

Činiteľ akosti som určil podľa (6); relatívna chyba je taká istá ako chyba miery útlmu.

$$Q = (30,8 \pm 1,2), h_Q = 4,0 \%$$

Náhradný sériový odpor obvodu som určil podľa (7) – uvažujem indukčnosť L_1 a výslednú kapacitu C podľa úlohy 2.

$$d = (3,25 \pm 0,13) \cdot 10^{-2}$$

$$L_1 = (585,7 \pm 0,5) \text{ mH}$$

$$C = (421,5 \pm 5,1) \text{ pF}$$

Chybu R určím podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2].

$$R = (38,3 \pm 2,0) \Omega, h_R = 5,2 \%$$

Kalibrácia otočného kondenzátoru

Na kalibráciu otočného kondenzátoru sme použili kondenzátor s premennou kapacitou. Pri jeho kapacite $C_1 = 1100 \text{ pF}$ sme nastavili rezonanciu zmenou frekvencie na $f = 197,1 \text{ kHz}$. Zmenou kapacity C_1 hľadáme rezonanciu pre paralelné zapojenie oboch kondenzátorov. Kapacitu meraného kondenzátoru C v závislosti na uhle otočenia určíme podľa (8). Namerané hodnoty sú v tabuľke 5; grafická závislosť je v grafe 2. Chybu x-ovej osi odhadneme na 1 dielik, chyba nameranej kapacity je oproti nej zanedbateľná.

Tabuľka 5 – Kalibrácia otočného kondenzátoru

$\alpha [^\circ]$	0	10	20	30	40	50	60
$C_1 [\text{pF}]$	1046,5	1046,0	1043,5	1041,5	1037,0	1027,5	1013,5
$C [\text{pF}]$	53,5	54,0	56,5	58,5	63	72,5	86,5
$\alpha [^\circ]$	70	80	90	100	110	120	
$C_1 [\text{pF}]$	994,5	964,5	926,5	874,5	817,5	751,0	
$C [\text{pF}]$	105,5	135,5	173,5	225,5	282,5	349,0	
$\alpha [^\circ]$	130	140	150	160	170	180	
$C_1 [\text{pF}]$	676,5	590,5	492,0	382,0	281,5	156,0	
$C [\text{pF}]$	423,5	509,5	608,0	718,0	848,5	944,0	

Diskusia výsledkov:

Indukčnosť a kapacitu cievok som určoval rezonančnou metódou. Určenie rezonančných frekvencií a tým aj indukčnosti a kapacity môžeme spresniť zväčšením počtu meraní.

Chyba indukcie a vlastnej kapacity môže byť podhodnotená, pretože nie sú to nezávislé veličiny.

Chybu určenia vzájomnej indukčnosti M zvyšuje to, že odčítame dve približne rovnako veľké hodnoty indukčnosti L_1 a L_2 .

Rezonančná krivka pre cievky A a B sa dobre zhoduje s teoretickou závislosťou danou vzťahom (5). Závislosť kapacity otočného kondenzátora na uhle otočenia dobre popisuje mocninová funkcia $ax^b + c$, ktorú som nameranými bodmi prekladal.

Záver:

Určil som hodnoty indukčnosti a kapacity cievok A a B .

$$L_A = (212,2 \pm 0,9) \text{ mH}, h_{L_A} = 0,4 \%$$

$$C_A = (70,2 \pm 4,6) \text{ pF}, h_{C_A} = 6,6 \%$$

$$L_B = (246,5 \pm 0,3) \text{ mH}, h_{L_B} = 0,1 \%$$

$$C_B = (30,9 \pm 1,3) \text{ pF}, h_{C_B} = 4,2 \%$$

Určil som vzájomnú indukčnosť týchto cievok.

$$M = (57,4 \pm 1,6) \text{ mH}, h_M = 2,8 \%$$

Pre cievky A a B v zapojení I som premeral rezonančnú krivku (viď *graf 1*) a určil hodnoty miery útlmu, činiteľa akosti a náhradného sériového odporu.

$$d = (3,25 \pm 0,13) \cdot 10^{-2}, h_d = 4,0 \%$$

$$Q = (30,8 \pm 1,2), h_Q = 4,0 \%$$

$$R = (38,3 \pm 2,0) \Omega, h_R = 5,2 \%$$

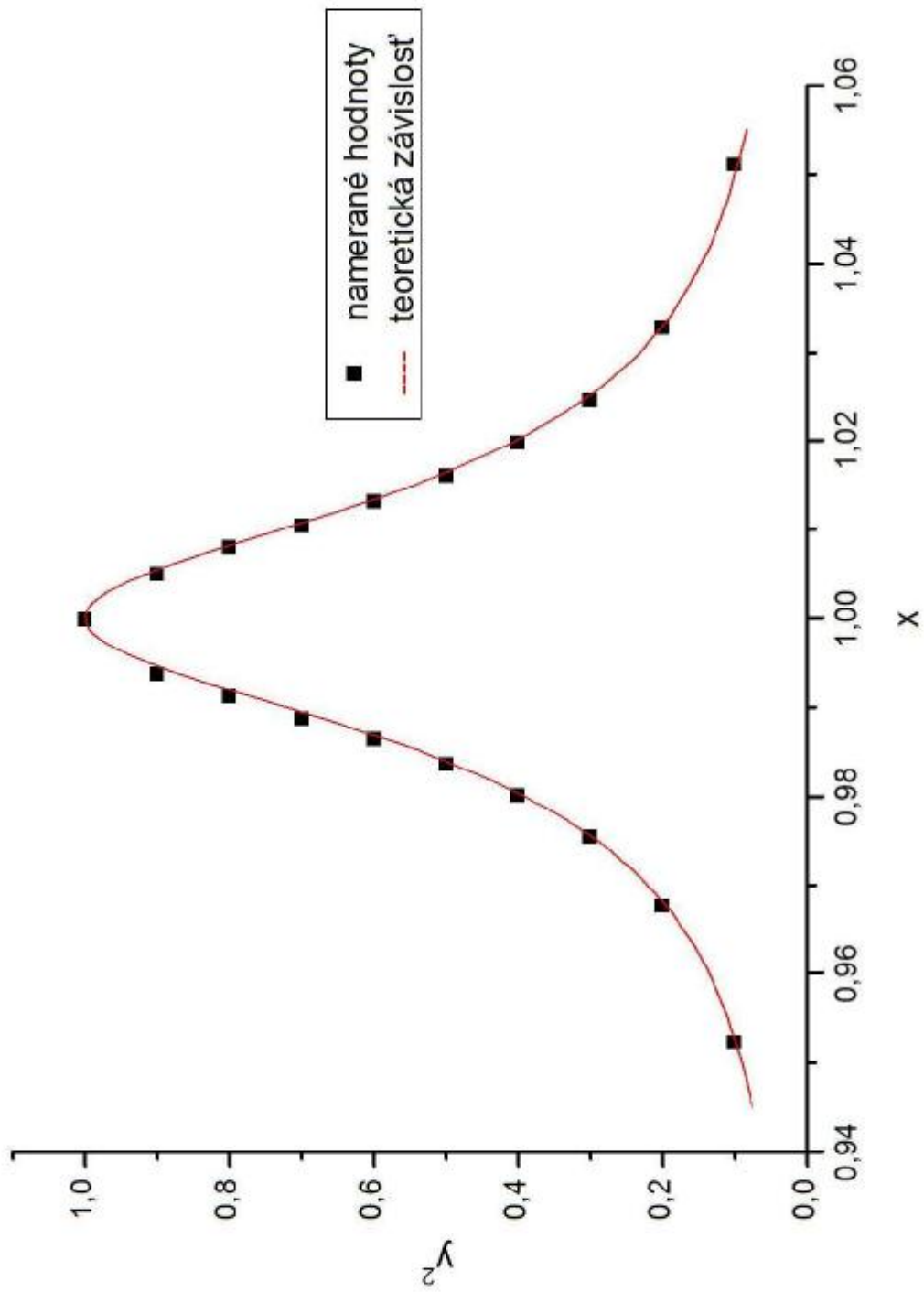
Okalibroval som otočný kondenzátor a závislosť znázornil v *grafe 2*.

Literatúra:

[1] Bakule, J.; Štenberk: Fyzikálne praktikum II; SPN; Praha 1989

[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

Graf 1 - Rezonančná krivka



Graf 2 - Závislosť kapacity otočného kondenzátoru na uhle otočenia

