

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II

Úloha č.:x.....

Název: Hallov jav

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne..... 9. 11. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: **Franc**.....dne výsledek klasifikace**2**.....

Připomínky:

„Chybné meranie el. vodivosti: vychádza asi dvakrát menšia – zrejme spôsobené chybným odčítaním na voltmetri.“

Pracovné úlohy:

1. Zistíte závislosť prúdu vzorkou na priloženom napätí pri nulovej magnetickej indukcií.
2. Zistíte závislosť Hallovhovho napätia a magnetickej indukcií pri dvoch hodnotách konštantného prúdu vzorkou.
3. Výsledky meraní spracujte graficky a vyhodnoťte mernú vodivosť a Hallovu konštantu vzorky.
4. Vypočítajte pohyblivosť a koncentráciu nositeľov náboja.

Teoretická časť:

Na meranie sa používa vzorka jednoduchého geometrického tvaru znázornená na obrázku 1.

Elektrická vodivosť

Merná elektrická vodivosť σ je veličina charakterizujúca schopnosť látky viesť elektrický prúd. Vystupuje v Ohmovom zákone: $i = \sigma E$ (1), kde i je hustota prúdu a E intenzita elektrického poľa, viď [1]. Prúd vzorkou je spôsobený pohybom elektrónov a dier. Ak je stredná rýchlosť pohybu elektrónov $\langle v_n \rangle$ a dier $\langle v_p \rangle$, bude každý elektrón s nábojom $-e$ prispievať k hustote prúdu hodnotou $-e \langle v_n \rangle$ a diera hodnotou $e \langle v_p \rangle$. Pri koncentrácií elektrónov n a koncentrácií dier p bude celková hustota prúdu daná rovnicou

$$i = -en \langle v_n \rangle + ep \langle v_p \rangle. \quad (2)$$

Stredné rýchlosti $\langle v_n \rangle$, $\langle v_p \rangle$ sú úmerné intenzite poľa E ; príslušné konštanty úmernosti μ_n a μ_p sa nazývajú pohyblivosti.

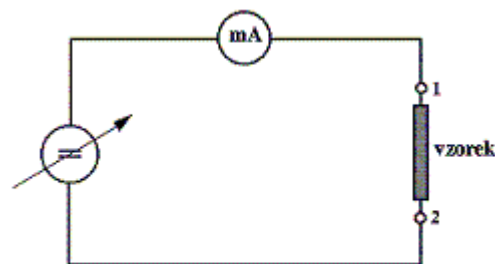
$$v_n = \mu_n E, \quad (3)$$

$$v_p = \mu_p E. \quad (4)$$

Z predchádzajúcich vzťahov pre vodivosť platí

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p). \quad (5)$$

Na meranie vodivosti sa používa zapojenie znázornené na obrázku 2.

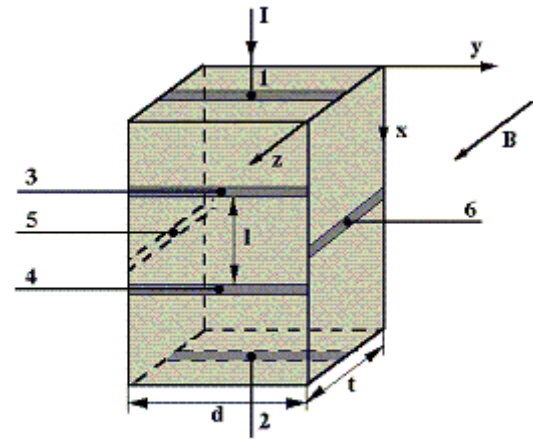


Obrázok 2

Na vzorke sú prúdové kontakty (kontakty 1, 2 na obrázku 1) a napäťové kontakty 3, 4. Za predpokladu, že prúd I_{12} prechádza celým objemom vzorky, ktorá má mernú vodivosť σ , môžeme písať

$$\sigma = \frac{l}{td} \frac{I_{12}}{U_{34}}, \quad (6)$$

kde l je vzdialenosť kontaktov, medzi ktorými je napätie U_{34} a td je prierez vzorky.



Obrázok 1

Hallov jav

Hallov jav je dôsledkom pôsobenia Lorentzovej sily na náboje pohybujúce sa v materiáli umiestnenom v magnetickom poli. Ak medzi kontaktmi 1 a 2 tečie prúd I , tak pre prúdovú hustotu vnútri homogénnej vzorky platí, vid' [1]

$$i = \frac{I}{dt}. \quad (7)$$

Vzorku umiestnime do magnetického poľa B v smere osi z . Ak prúd spôsobený pohybom elektrónov má smer $-x$, tak na tieto náboje pôsobí Lorentzova sila s veľkosťou $-e \langle v_n \rangle B$, ktorej výslednica má smer $-y$. Táto sila spôsobuje odchylenie elektrónov smerom k stene, v ktorej je kontakt 5. Tým vzniká medzi protiľahlými stenami vzorky priečne elektrické pole s intenzitou E_y majúce smer $-y$, t.j. na náboje pôsobí aj elektrická sila eE_y . K rovnováhe dôjde, keď platí

$$eE_y = -e \langle v_n \rangle B. \quad (8)$$

Pretože stredná rýchlosť usporiadaného pohybu elektrónov môžeme vyjadriť pomocou ich pohyblivosti a intenzity pozdĺžneho poľa E_x ako $\langle v_n \rangle = m_n E_x$, bude platiť

$$E_y = m_n E_x B. \quad (9)$$

S použitím vzťahu $i = s E_x$ a $s = en m_n$ vyplývajúcim zo vzťahu (5) pri koncentracii dier $p = 0$, dostaneme pre Hallovo napätie

$$U_H = E_y d = \frac{1}{en} \frac{IB}{t}. \quad (10)$$

Ak zmeriame Hallovo napätie U_H a prúd I pretekajúci vzorkou známych rozmerov v magnetickom poli s indukciou B , môžeme so vzťahu (10) vypočítať koncentráciu elektrónov.

Pri odvodení predpokladáme, že elektróny sa môžu pohybovať voľne a chovajú sa podobne ako molekuly plynu. V skutočnosti musíme uvažovať tzv. Hallov rozptylový faktor $r_H = \frac{3p}{8}$

$$U_H = R_H \frac{IB}{t} = r_H \frac{1}{en} \frac{IB}{t} = \frac{3p}{8en} \frac{IB}{t}. \quad (11)$$

Pre Hallovu konštantu potom platí

$$R_H = \frac{r_H}{en} = \frac{3p}{8en}. \quad (12)$$

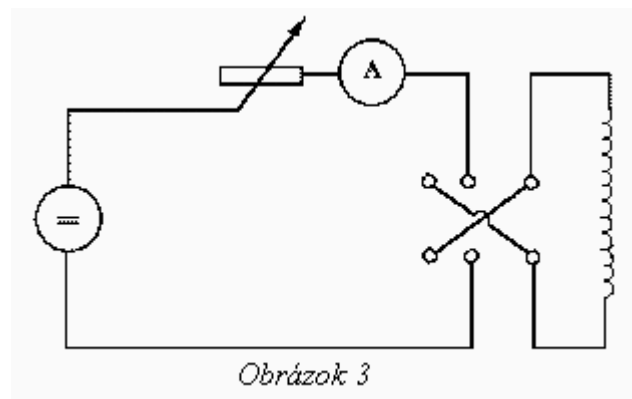
Ak určíme aj mernú vodivosť, môžeme vypočítať Hallovsku vodivosť

$$m = s R_H. \quad (13)$$

Hallovo napätie meriame podľa zapojenia na obrázku 3, U_H meriame voltmetrom medzi kontaktmi 5 a 6 (je o viac ako dva rady menšie ako ohmické napätie U_{34}). Keďže kontakty 5, 6 nie sú naletované symetricky, nameriame medzi nimi (ak vzorkou preteká prúd) napätie i pri nulovej hodnote magnetickej indukcie – je to ohmické napätie. Správnu hodnotu Hallovho napätia určíme, ak odčítame ohmické napätie. Toto môžeme previesť, ak zmeriame napätie U_{56} pri oboch polaritách magnetického poľa. Napätie pred komutáciou prúdu nech je $U_{56}^{(1)}$, po komutácii $U_{56}^{(2)}$. Absolútnu hodnotu Hallovho napätia určíme podľa vzťahu

$$|U_H| = \frac{|U_{56}^{(1)} - U_{56}^{(2)}|}{2}. \quad (14)$$

Pri komutácii prúdu magnetom sa môže meniť i polarita napätia U_{56} .



Výsledky merania:

Pri meraní som používal vzorku, ktorej rozmery boli uvedené v prílohe ku úlohe:

- $l = (6,0 \pm 0,1) \text{ mm}$
- $d = (3,4 \pm 0,1) \text{ mm}$
- $t = (0,7 \pm 0,1) \text{ mm}$

Na meranie napätia som používal digitálny voltmeter; chybu merania určím ako 0,5 % z nameranej hodnoty. Na meranie prúdu pretekajúceho vzorkou som používal miliampérmeter (trieda presnosti 2) a na meranie prúdu prechádzajúceho magnetom som používal ampérmeter (trieda presnosti 2).

Meranie vodivosti pri nulovej magnetickej indukcii

Meranie som prevádzkal podľa zapojenia na obrázku 2. Vzorkou môže prechádzať prúd v rozsahu $0 \text{ mA} - 5 \text{ mA}$. Prúd prechádzajúci vzorkou som ovplyvňoval pomocou priloženého napätia, ktoré som menil na zdroji (veľkosť priloženého napätia som meral na kontaktoch 3, 4). Namerané hodnoty sú zobrazené v tabuľke 1 a znázornené v grafe 1.

Tabuľka 1 – Závislosť prúdu I vzorkou na priloženom napätí U

$I [\text{mA}]$	$\Delta I [\text{mA}]$	$U [\text{V}]$	$\Delta U [\text{V}]$
0	0	0,026	0,000
0,50	0,01	0,503	0,003
1,00	0,02	0,960	0,005
1,50	0,03	1,627	0,008
2,00	0,04	1,962	0,010
2,50	0,05	2,536	0,013
3,00	0,06	3,256	0,016
3,50	0,07	3,785	0,019
4,00	0,08	4,205	0,021
4,50	0,09	4,720	0,024
5,00	0,10	5,160	0,026

Podľa lineárnej regresie pomocou programu *Origin* som pre pomer prúdu I_{12} a napätia U_{34} dostal

$$a = \frac{I_{12}}{U_{34}} = (9,48 \pm 0,15) \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$$

Podľa vzťahu (6) som vypočítal mernú elektrickú vodivosť σ . Chybu σ som určil ako spojenie chyby lineárnej regresie s chybami rozmerov vzorky (výslednú chybu určím podľa kvadratického zákona prenosu chýb, viď [2]).

$$s = (2,39 \pm 0,35) \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

Meranie Hallovhho napätia

Meranie som prevádzkal pre dve hodnoty konštantného prúdu vzorkou podľa zapojenia na obrázku 3. Napätie som meral pre obe polarities magnetického poľa, aby som mohol vylúčiť ohmické napätie. Prúd prechádzajúci vzorkou som meral pomocou miliampérmetra, prúd prechádzajúci elektromagnetom som meral pomocou ampérmetra (v rozsahu $0 \text{ A} - 4 \text{ A}$). Magnetickú indukciu B som určil ako

$$B[\text{T}] = 0,098 \cdot I[\text{A}], \quad (15)$$

kde I je prúd prechádzajúci elektromagnetom.

Namerané hodnoty prúdu I , napätia U_{56} a vypočítané hodnoty magnetickej indukcie B , Hallovhho napätia U_H pre prúd $I = 2 \text{ mA}$ sú uvedené v tabuľke 2, pre prúd $I = 5 \text{ mA}$ v tabuľke 3. Obe namerané závislosti sú znázornené v grafe 2.

Tabuľka 2 – Závislosť Hallovoho napätia U_H na magnetickej indukcii B pri $I = 2 \text{ mA}$

I_L [A]	B [T]	$U_{56}^{(1)}$ [mV]	$U_{56}^{(2)}$ [mV]	U_H [mV]
0,00	0,000	49,3	48,6	0,3
0,25	0,025	54,5	46,0	4,3
0,50	0,049	58,1	41,4	8,4
0,75	0,074	62,7	37,0	12,9
1,00	0,098	67,2	33,1	17,1
1,25	0,123	71,8	28,7	21,6
1,50	0,147	76,5	24,4	26,1
1,75	0,172	80,9	20,1	30,4
2,00	0,196	85,4	15,9	34,8
2,25	0,221	91,5	11,9	39,8
2,50	0,245	94,7	7,6	43,6
2,75	0,270	98,8	3,6	47,6
3,00	0,294	103,1	1,0	51,1
3,25	0,319	107,3	-4,9	56,1
3,50	0,343	111,1	-8,4	59,8
3,75	0,368	115,1	-11,6	63,4
4,00	0,392	119,2	-15,5	67,4

Tabuľka 3 – Závislosť Hallovoho napätia U_H na magnetickej indukcii B pri $I = 5 \text{ mA}$

I_L [A]	B [T]	$U_{56}^{(1)}$ [mV]	$U_{56}^{(2)}$ [mV]	U_H [mV]
0,00	0,000	133,7	131,8	0,9
0,25	0,025	144,0	124,7	9,7
0,50	0,049	155,5	114,9	20,3
0,75	0,074	166,7	105,0	30,9
1,00	0,098	177,3	95,5	40,9
1,25	0,123	188,8	84,9	52,0
1,50	0,147	200,1	74,8	62,7
1,75	0,172	210,7	64,7	73,0
2,00	0,196	222,0	54,3	83,9
2,25	0,221	232,2	44,2	94,0
2,50	0,245	243,2	34,3	104,5
2,75	0,270	253,2	24,6	114,3
3,00	0,294	264,2	14,6	124,8
3,25	0,319	274,4	3,8	135,3
3,50	0,343	284,3	-4,6	144,5
3,75	0,368	293,6	-13,6	153,6
4,00	0,392	303,5	-21,9	162,7

Podľa vzťahu (11) je Hallovo napätie priamo úmerne magnetickej indukcii. Z grafu 2 vyplýva, že tento teoretický predpoklad sa potvrdil. Koeficient úmernosti $b = R_H \frac{I}{t}$ som určil podľa lineárnej regresie pomocou programu *Origin*.

$$b_{I=2mA} = (173,4 \pm 1,1) \cdot 10^{-3} \text{ VT}^{-1}$$

$$b_{I=5mA} = (419,8 \pm 2,1) \cdot 10^{-3} \text{ VT}^{-1}$$

Z týchto koeficientov úmernosti som vypočítal Hallovu konštantu (chybu R_H som určil podľa [2]).

$$R_{H_{I=2mA}} = (60,7 \pm 8,8) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$$

$$R_{H_{I=5mA}} = (58,8 \pm 8,4) \cdot 10^{-3} m^3 C^{-1}$$

Obe hodnoty Hallovej konštanty sa v rámci chyby zhodujú, a preto v ďalších výpočtoch som uvažoval aritmetický priemer týchto hodnôt, t.j. uvažoval som Hallovu konštantu

$$R_H = (59,7 \pm 8,8) \cdot 10^{-3} m^3 C^{-1}$$

Zo vzťahu (12) som vypočítal koncentráciu elektrónov vo vzorke (relatívna chyba určenia koncentrácie je rovnaká ako relatívna chyba Hallovej konštanty). Náboj elektrónu $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$ uvažujem podľa [3].

$$n = (1,23 \pm 0,18) \cdot 10^{20} m^{-3}$$

Podľa vzťahu (13) som vypočítal Hallovskú pohyblivosť elektrónov (chybu som určil z kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2]).

$$m = (0,14 \pm 0,03) \Omega^{-1} C^{-1} m^2$$

Diskusia výsledkov:

Z nameranej závislosti znázornenej v grafe 1 vyplýva lineárna závislosť ohmického napätia na prúde prechádzajúcim vzorkou v celom rozsahu meraných hodnôt. Malé odchýlky od linearity sú spôsobené chybou merania, resp. chybou meracích prístrojov (voltmetra a ampérmetra).

Smernica priamky znázornenej v grafe 1 je úmerná mernej elektrickej vodivosti σ . Chyba určenia σ je hlavne daná nepresným určením rozmerov vzorky, a to predovšetkým určením rozmeru t (relatívna chyba 14 %).

Chyba určenia Hallovho napätia je daná chybami meracích prístrojov.

Z nameraných závislostí znázornených v grafe 2 vyplýva lineárna závislosť Hallovho napätia U_H na magnetickej indukcii B – linearitu predpokladáme podľa vzťahu (11). Pri vyššej hodnote prúdu prechádzajúceho vzorkou je vyššie aj Hallovo napätie.

Smernice preložených priamok sú úmerné Hallovej konštante. Na chybu určenia Hallovej konštanty, koncentrácie i pohyblivosti elektrónov má najväčší vplyv nepresnosť určenia rozmerov vzorky.

Hodnoty Hallovej konštanty pre konštantný prúd vzorkou (2 mA a 5 mA) sa v rámci chyby zhodujú. To potvrdzuje, že hodnota Hallovej konštanty nezávisí na prechádzajúcom prúde, ale je daná materiálom a teplotou vzorky.

Záver:

Zistil som závislosť prúdu vzorkou I na priloženom napätí U pri nulovej magnetickej indukcii; táto závislosť je znázornená v grafe 1.

Zistil som závislosť Hallovho napätia U_H na magnetickej indukcii B pri dvoch hodnotách konštantného prúdu I vzorkou (2 mA, 5 mA). Obe závislosti sú znázornené v grafe 2.

Vypočítal som mernú elektrickú vodivosť σ vzorku a Hallovu konštantu vzorku

$$\sigma = (2,39 \pm 0,35) \Omega^{-1} m^{-1},$$

$$R_H = (59,7 \pm 8,8) \cdot 10^{-3} m^3 C^{-1}.$$

Vypočítal som koncentráciu elektrónov vo vzorke a Hallovskú pohyblivosť elektrónov

$$n = (1,23 \pm 0,18) \cdot 10^{20} m^{-3},$$

$$m = (0,14 \pm 0,03) \Omega^{-1} C^{-1} m^2.$$

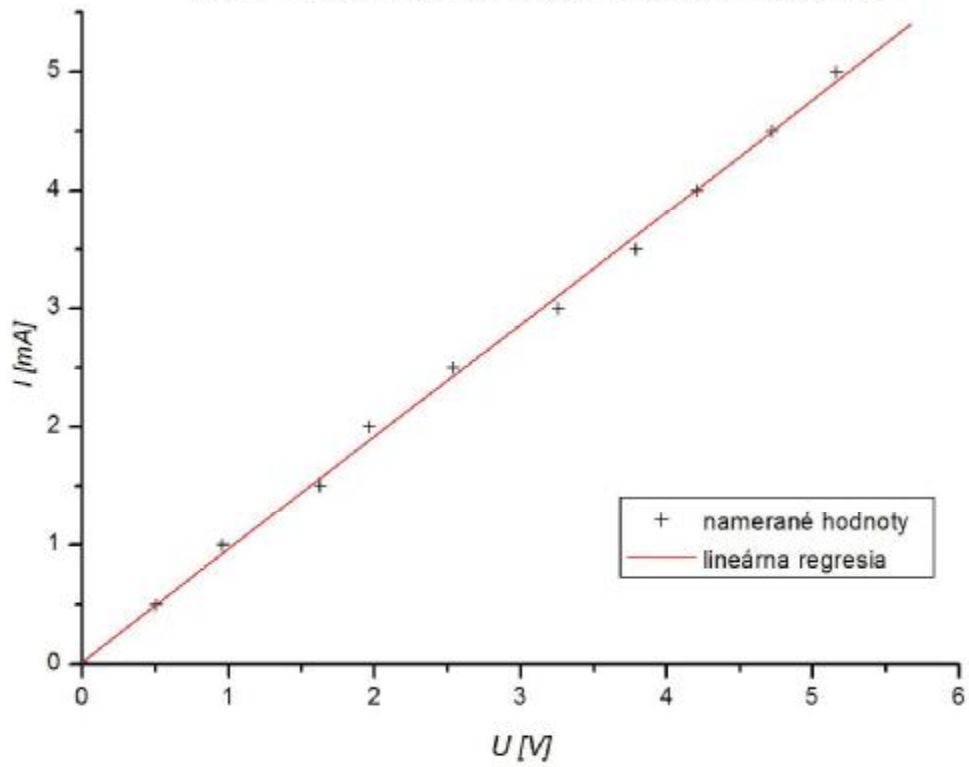
Literatúra:

[1] Bakule, J.; Štenberk: Fyzikálne praktikum II; SPN; Praha 1989

[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

[3] Mikulčák, J. a kol.; Matematické, fyzikálne a chemické tabuľky pre SŠ; SPN; Bratislava 2002

Graf 1 - Závislosť prúdu I vzorkou na priloženom napätí U



Graf 2 - Závislosť Hallovoho napätia na magnetickej indukčii

