

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II

Úloha č.:XXIII.....

Název: Měření intenzity magnetického pole souosých kruhových cívek a solenoidu

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne..... 17. 10. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: **Kral**.....dne výsledek klasifikace**1**.....

Připomínky:

„Chyby H_{teor} je vhodné uviesť i do grafu.“

Pracovné úlohy:

- Zmerajte priebeh intenzity magnetického poľa na osi suosých kruhových magnetizačných cievok
 - v zapojení s nesúhlasným smerom prúdu pri vzdialenostiach cievok 12, 16, 20 cm
 - v zapojení so súhlasným smerom magnetizačného prúdu pri tých istých vzdialenostiach cievok
- Zmerajte intenzitu magnetického poľa na osi uprostred medzi suosými kruhovými magnetizačnými cievkami v zapojení so súhlasným smerom magnetizačného prúdu pri premennej vzájomnej vzdialenosti cievok 7 až 20 cm.
- Presvedčte sa, že Helmholtzovej polohe cievok v zapojení so súhlasným smerom prúdu je pole na osi cievok v rámci možnosti homogénne. Pre tento prípad stanovte experimentálne konštantu úmernosti medzi intenzitou magnetického poľa cievok a napätím indukovaným na detekčnej cievke a porovnajte ju s teoretickou hodnotou.
- Premerajte priebeh intenzity magnetického poľa na osi solenoidu.
- Experimentálne výsledky podľa bodov 1 až 4 porovnajte s teoretickými výpočtami. Všetky výsledky spracujte tabelárne a graficky.

Teoretická časť:

Magnetické pole cievky

Intenzita H magnetického poľa na osi kruhovej cievky je daná vzťahom (viď [1])

$$H = \frac{NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (1)$$

kde R je polomer cievky, N počet závitov, I prúd prechádzajúci cievkou a x je vzdialenosť miesta merania od stredu cievky. Platí to, ak rozmery vinutia sú zanedbateľné voči polomeru R . Pre intenzitu poľa H na osi dvoch suosých cievok, ktoré sú od seba vzdialené $2a$, vo vzdialenosti x od strednej polohy platí vzťah

$$H = \frac{NIR^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + (a+x)^2)^{\frac{3}{2}}} \pm \frac{1}{(R^2 + (a-x)^2)^{\frac{3}{2}}} \right). \quad (2)$$

Znamienko v rovnici závisí na smeru prúdu v oboch cievkach (+ pre súhlasný smer, – pre nesúhlasný smer).

Helmholtzova poloha

Ak dosadíme do rovnice (2) podmienku $2a = R$ pre prípad súhlasného zapojenia, dostaneme pre intenzitu magnetického poľa vzťah

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R} \approx 0,7155 \frac{NI}{R}. \quad (3)$$

Cievky sa v tomto usporiadaní nazývajú Helmholtzove. Ak prechádza cievkami v Helmholtzovom zapojení prúd v nesúhlasnom smere, má intenzita magnetického poľa na osi cievok konštantný gradient.

Meranie magnetického poľa

Ak je os detekčnej cievky rovnobežná s vektorom intenzity magnetického poľa, prechádza ňou indukčný tok $\Phi = nSm_0H$, kde S je plocha prierezu cievky, n počet závitov cievky a m_0 je permeabilita vákua (relatívnu permeabilitu vákua zanedbávame). Ak cievkou prechádza

striedavý prúd, je H harmonickou funkciou $H = H_0 \sin \omega t$, kde ω je uhlová frekvencia striedavého prúdu. Pre napätie U indukované na detekčnej cievke platí

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -wnS m_0 H_0 \cos \omega t. \quad (4)$$

Konštantu úmernosti medzi H a U označíme k

$$k = \frac{1}{m_0 wnS}. \quad (5)$$

Intenzitu magnetického poľa môžeme určovať tak, že zmeriame napätie na detekčnej cievke; t.j. potom platí

$$H = kU. \quad (6)$$

Magnetické pole vnútri solenoidu

Pre intenzitu magnetického poľa na osi konečne dlhého solenoidu, pričom hrúbka vinutia nie je zanedbateľná voči jeho polomeru, podľa [1] platí

$$H(x) = \frac{NI}{2l(r_2 - r_1)} \left[\left(\frac{l}{2} + x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}} + \left(\frac{l}{2} - x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}} \right], \quad (7)$$

kde r_1 a r_2 je vonkajší a vnútorný polomer vinutia cievky, l je dĺžka solenoidu a x vzdialenosť od stredu solenoidu.

Výsledky merania:

Meranie na suosých cievkach

V jednotlivých úlohách používame zapojenie podľa obr. 3 na str. 145 v [1]. Parametre meraných cievok a striedavého prúdu:

- stredný polomer magnetizačnej cievky: $R = (10,4 \pm 0,1) \text{ cm}$
- počet závitov magnetizačnej cievky: $N = 100$
- stredný polomer detekčnej cievky: $r = (1,28 \pm 0,01) \text{ cm}$
- počet závitov detekčnej cievky: $n = 1000$
- frekvencia striedavého prúdu: $f = (50,0 \pm 0,05) \text{ Hz}$

Do obvodu sa privádza takmer konštantný elektrický prúd 3 A. Odchýlky počas merania nepresiahli 0,1 A. Chybu som určil z chyby meracieho prístroja a na základe toho, že prúd nebol počas celého merania konštantný. Cievky sú v obvode zapojené paralelne, t.j. každou cievkou prechádza prúd

$$I = (1,50 \pm 0,05) \text{ A}$$

Konštantu k_t (teoretickú hodnotu) určíme podľa vzťahu (5). Chybu k_t určíme podľa zákona prenosu chýb, vid' [2]. Chyba určenia frekvencie je zanedbateľná voči chybe určenia polomeru detekčnej cievky:

$$k_t = (4920 \pm 130) \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$$

Vzdialenosť cievok a polohu detekčnej cievky od stredu som meral pomocou milimetrového meradla. Chybu vzdialenosti x a a uvažujem pre výpočet teoretickej hodnoty ako 0,1 cm. Na meranie napätia na detekčnej cievke som použil digitálny voltmeter s relatívnou chybou 0,5 %. Najprv som zmeral priebeh intenzity magnetického poľa na osi suosých magnetizačných cievok pre rôzne vzdialenosti cievok v zapojení so súhlasným a nesúhlasným smerom prúdu. Príslušné hodnoty intenzity magnetického poľa som určil podľa (6), im zodpovedajúce teoretické hodnoty

intenzity som určil podľa (2). Ich chyby som určil zo zákona hromadenia chýb, viď [2]. Namerané hodnoty napätia a vypočítané hodnoty intenzity magnetického poľa sú v tabuľkách 1 – 3, dané závislosti sú znázornené v grafoch 1 – 2 (v grafe sú znázornené aj teoretické závislosti dané vzťahom (2)).

Tabuľka 1 – Intenzita magnetického poľa pre $a = 6$ cm

x [cm]	súhlasný smer			nesúhlasný smer		
	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
2,75	190	935 ± 28	950 ± 37	59	290 ± 9	304 ± 37
2	189	930 ± 28	945 ± 36	44	216 ± 6	227 ± 36
1	188	925 ± 28	940 ± 36	24	118 ± 4	116 ± 36
0	188	925 ± 28	937 ± 36	4	20 ± 1	0 ± 36
-1	189	930 ± 28	940 ± 36	25	123 ± 4	116 ± 36
-2	190	935 ± 28	945 ± 36	46	226 ± 7	227 ± 36
-3	191	940 ± 28	951 ± 37	66	325 ± 10	328 ± 37

Tabuľka 2 – Intenzita magnetického poľa pre $a = 8$ cm

x [cm]	súhlasný smer			nesúhlasný smer		
	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
4,75	160	787 ± 24	809 ± 31	87	428 ± 13	445 ± 31
4	157	772 ± 23	789 ± 30	74	364 ± 11	384 ± 30
3	152	748 ± 22	762 ± 29	57	280 ± 8	294 ± 29
2	149	733 ± 22	739 ± 28	39	192 ± 6	199 ± 28
1	145	713 ± 21	724 ± 28	21	103 ± 3	100 ± 28
0	145	713 ± 21	718 ± 27	3	15 ± 0	0 ± 27
-1	146	718 ± 22	724 ± 28	22	108 ± 3	100 ± 28
-2	149	733 ± 22	739 ± 28	41	202 ± 6	199 ± 28
-3	154	758 ± 23	762 ± 29	59	290 ± 9	294 ± 29
-4	159	782 ± 23	789 ± 30	78	384 ± 12	384 ± 30
-5	164	807 ± 24	815 ± 31	93	458 ± 14	464 ± 31

Tabuľka 3 – Intenzita magnetického poľa pre $a = 10$ cm

x [cm]	Súhlasný smer			nesúhlasný smer		
	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
6,75	147	723 ± 22	733 ± 28	102	502 ± 15	521 ± 28
6	140	689 ± 21	703 ± 27	91	448 ± 13	470 ± 27
5	133	654 ± 20	661 ± 25	77	379 ± 11	395 ± 25
4	126	620 ± 19	622 ± 24	61	300 ± 9	316 ± 24
3	120	590 ± 18	588 ± 23	46	226 ± 7	236 ± 23
2	114	561 ± 17	562 ± 22	31	153 ± 5	157 ± 22
1	111	546 ± 16	546 ± 21	16	79 ± 2	78 ± 21
0	110	541 ± 16	540 ± 20	4	20 ± 1	0 ± 20
-1	111	546 ± 16	546 ± 21	18	89 ± 3	78 ± 21
-2	115	566 ± 17	562 ± 22	33	162 ± 5	157 ± 22
-3	120	590 ± 18	588 ± 23	49	241 ± 7	236 ± 23
-4	126	620 ± 19	622 ± 24	65	320 ± 10	316 ± 24
-5	134	659 ± 20	661 ± 25	80	394 ± 12	395 ± 25
-6	142	699 ± 21	703 ± 27	94	462 ± 14	470 ± 27
-7	149	733 ± 22	742 ± 28	108	531 ± 16	537 ± 28

Podobným spôsobom som zmeral intenzitu magnetického poľa na osi cievok v závislosti na vzdialenosti cievok, všetky chyby som určil podobne ako v prvej úlohe. Namerané a vypočítané hodnoty sú v *tabuľke 4*, daná závislosť (a aj teoretická závislosť daná vzťahom (2)) je znázornená v *grafe 3*.

Tabuľka 4 – Závislosť intenzity magnetického poľa na vzdialenosti cievok

a [cm]	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
3,5	244	1200 ± 36	1228 ± 43
4,0	233	1146 ± 34	1173 ± 41
4,5	222	1092 ± 33	1115 ± 39
5,0	210	1033 ± 31	1056 ± 37
5,5	200	984 ± 30	996 ± 35
6,0	187	920 ± 28	937 ± 33
6,5	177	871 ± 26	880 ± 31
7,0	166	817 ± 25	823 ± 30
7,5	155	763 ± 23	770 ± 28
8,0	145	713 ± 21	718 ± 26
8,5	136	669 ± 20	670 ± 24
9,0	127	625 ± 19	624 ± 23
9,5	118	581 ± 17	581 ± 21
10,0	110	541 ± 16	540 ± 20

Pri Helmholtzovej polohe som cievky umiestnil do vzdialenosti $2a = (10,4 \pm 0,2) \text{ cm}$. Intenzitu magnetického poľa a jej chybu som určil tak ako v úlohe 1. Namerané hodnoty sú v *tabuľke 5* a v *grafe 4*.

Tabuľka 5 – Intenzita magnetického poľa pri Helmholtzovom zapojení

x [cm]	U [V]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
2,0	205	1009 ± 30	1030 ± 40
1,5	206	1014 ± 30	1032 ± 40
1,0	206	1014 ± 30	1032 ± 40
0,5	206	1014 ± 30	1032 ± 40
0	206	1014 ± 30	1032 ± 41
-0,5	206	1014 ± 30	1032 ± 40
-1,0	207	1018 ± 31	1032 ± 40
-1,5	207	1018 ± 31	1032 ± 40
-2,0	207	1018 ± 31	1030 ± 40
-2,25	207	1018 ± 31	1030 ± 40

Stredná hodnota napätia na osi je

$$U = (206 \pm 1) \text{ mV}$$

Podľa vzťahu (3) som určil teoretickú hodnotu intenzity magnetického poľa

$$H_t = (1032 \pm 36) \text{ Am}^{-1}$$

Chybu strednej hodnoty napätia a chybu intenzity magnetického poľa som určil podľa zákona prenosu chýb, vid' napr. [2].

Zo strednej hodnoty napätia na osi a intenzity magnetického poľa som určil hodnotu konštanty k . Na chybu konštanty k má vplyv hlavne nepresnosť určenia magnetickej intenzity, chybu napätia môžeme oproti nej zanedbať, preto relatívnu chybu konštanty k beriem rovnakú ako relatívnu chybu intenzity H .

$$k = (5010 \pm 200) \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$$

Meranie na solenoide

Parametre solenoidu:

- počet závitov solenoidu: $N = 4204$
- dĺžka solenoidu: $l = (400 \pm 1) \text{ mm}$
- vonkajší polomer vinutia: $r_1 = (70 \pm 0,5) \text{ mm}$
- vnútorný polomer vinutia: $r_2 = (40 \pm 0,5) \text{ mm}$

Parametre detekčnej cievky:

- stredný polomer detekčnej cievky: $r = (6 \pm 0,1) \text{ mm}$
- počet závitov detekčnej cievky: $n = 200$

Vinutím cievky prechádzal striedavý prúd efektívnej hodnoty, chybu merania som určil podľa chyby meracieho prístroja

$$I = (465 \pm 10) \text{ mA}$$

Pre solenoid som podľa (4) určil konštantu k , jej chybu som určil tak ako v predchádzajúcej úlohe.

$$k = (1,12 \pm 0,18) \cdot 10^5 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$$

Určoval som napätie na detekčnej cievke, ktoré zodpovedá vzdialenosti d od zvolenej značky. Namerané hodnoty sú v tabuľke 6 a v grafe 5 (v grafe 5 je znázornená aj teoretická závislosť daná vzťahom (7)).

Tabuľka 6 – Priebeh intenzity magnetického poľa na osi solenoidu

d [cm]	U [mV]	H [Am^{-1}]	H_t [Am^{-1}]
0	20	2240 ± 36	2420 ± 61
1	23	2576 ± 41	2867 ± 72
2	27	3024 ± 48	3268 ± 82
3	30	3360 ± 54	3601 ± 90
4	33	3695 ± 59	3863 ± 97
5	35	3919 ± 63	4064 ± 102
6	37	4143 ± 66	4216 ± 105
7	38	4255 ± 68	4332 ± 108
8	39	4367 ± 70	4421 ± 111
9	40	4479 ± 72	4489 ± 112
10	40	4479 ± 72	4542 ± 114
11	41	4591 ± 73	4583 ± 115
12	41	4591 ± 73	4616 ± 115
13	41	4591 ± 73	4642 ± 116
14	41	4591 ± 73	4662 ± 117
15	42	4703 ± 75	4677 ± 117
16	42	4703 ± 75	4689 ± 117
17	42	4703 ± 75	4698 ± 117
18	42	4703 ± 75	4704 ± 118
19	42	4703 ± 75	4708 ± 118
20	20	4703 ± 75	4709 ± 118
21	21	4703 ± 75	4708 ± 118
22	22	4703 ± 75	4704 ± 118
23	23	4703 ± 75	4698 ± 117
24	24	4703 ± 75	4689 ± 117
25	25	4703 ± 75	4677 ± 117

26	26	4703 ± 75	4662 ± 117
27	27	4591 ± 73	4642 ± 116
28	28	4591 ± 73	4616 ± 115
29	29	4591 ± 73	4583 ± 115
30	30	4591 ± 73	4542 ± 114
31	31	4479 ± 72	4489 ± 112
32	32	4479 ± 72	4421 ± 111
33	33	4479 ± 72	4332 ± 108
34	34	4367 ± 70	4216 ± 105
35	35	4255 ± 68	4064 ± 102
36	36	4143 ± 66	3863 ± 97
37	37	3919 ± 63	3601 ± 90
38	38	3695 ± 59	3268 ± 82
39	39	3472 ± 56	2867 ± 72
40	40	3136 ± 50	2420 ± 61

Intenzitu magnetického poľa určenú experimentálne som určil podľa (6); jej chybu som určil podľa zákona prenosu chýb, viď [2].

Teoretickú hodnotu intenzity magnetického poľa som určil podľa (7). Na chybu teoretickej hodnoty intenzity najviac vplyva nepresnosť určenia prúdu, a preto relatívnu chybu intenzity odhadnem na 2,5 %.

Diskusia výsledkov:

Určené priebehy veľkosti intenzity magnetického poľa na osi suosých magnetizačných cievok sú v rámci chyby zhodné s teoretickými závislosťami (namerané aj teoretické závislosti sú znázornené v *grafoch* 1 – 4). Meranie nie je symetrické, čo je pravdepodobne spôsobené tým, že obe cievky nie sú rovnaké. Určitú chybu vnášalo aj nepresné nastavenie polôh cievok; hlavne jazýček ľavej cievky nie je dostatočne ostrý.

Nameraná aj teoretická hodnota konštanty úmernosti k sa v rámci chyby zhodujú. Najväčší vplyv na chybu k má nepresné určenie polomeru detekčnej cievky (vo vzťahu (5) sa polomer cievky vyskytuje v druhej mocnine a tým sa zväčšuje chyba k).

Odchýlky môžu byť spôsobené systematickými chybami parametrov solenoidu alebo detekčnej cievky. Na chybu určenia intenzity magnetického poľa na osi solenoidu má najväčší vplyv opäť nepresné určenie polomeru detekčnej cievky (vzhľadom k tomu, že som tento polomer nemeral, je chybu odhadujem na 0,1 mm).

Záver:

Priebeh intenzity magnetického poľa na osi suosých magnetizačných cievok v zapojení so nesúhlasným smerom prúdu má takmer konštantný gradient, v zapojení so súhlasným smerom prúdu je pole takmer homogénne; pri Helmholtzovom zapojení cievok môžeme dosiahnuť najväčšiu homogenitu (dané závislosti sú zobrazené v *grafoch* 1, 2 a 4).

Závislosť intenzity magnetického poľa uprostred medzi suosými magnetizačnými cievkami v zapojení so súhlasným smerom prúdu je znázornená v *grafe* 3.

Experimentálne sme určili hodnotu konštanty úmernosti medzi intenzitou magnetického poľa a napätím indukovaným na detekčnej cievke

$$k_t = (4920 \pm 130) \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1},$$

teoretická hodnota daná vzťahom (5) je

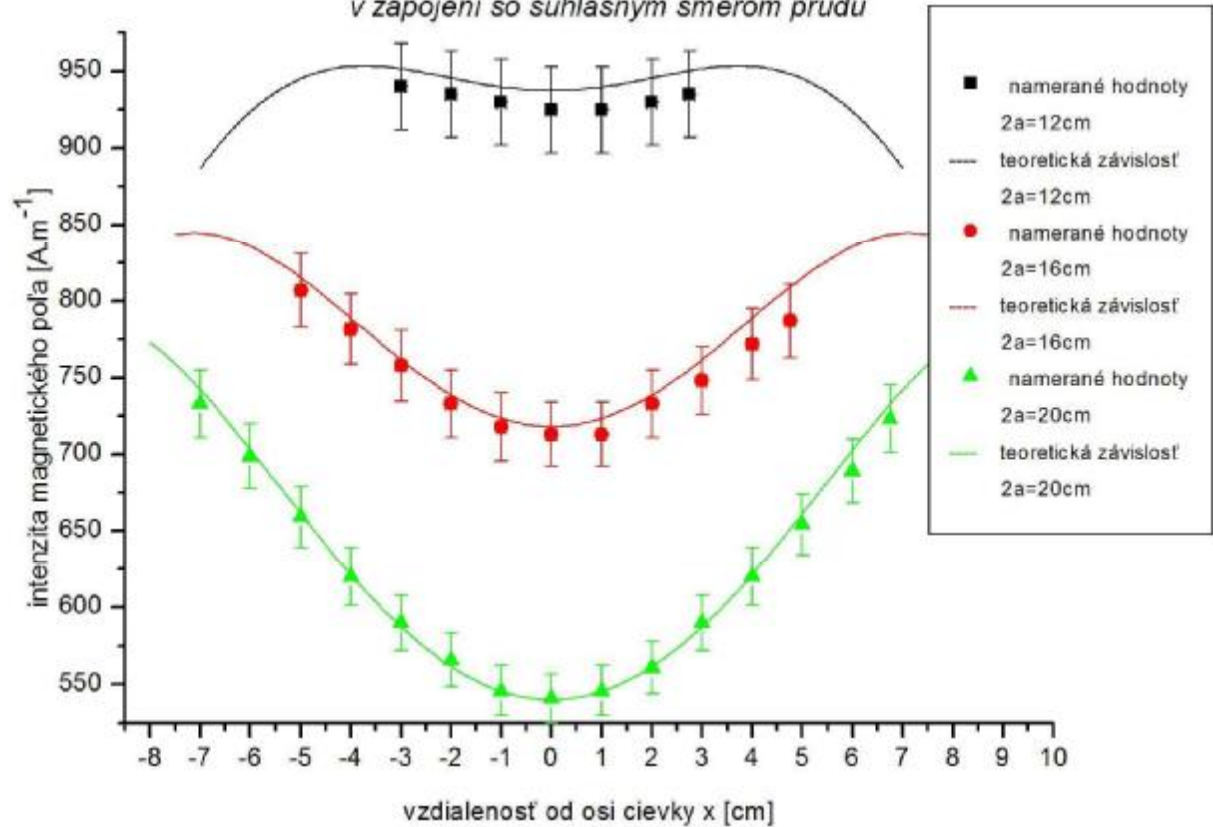
$$k = (5010 \pm 200) \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}.$$

Priebeh intenzity magnetického poľa na osi solenoidu je zobrazený v *grafe* 5.

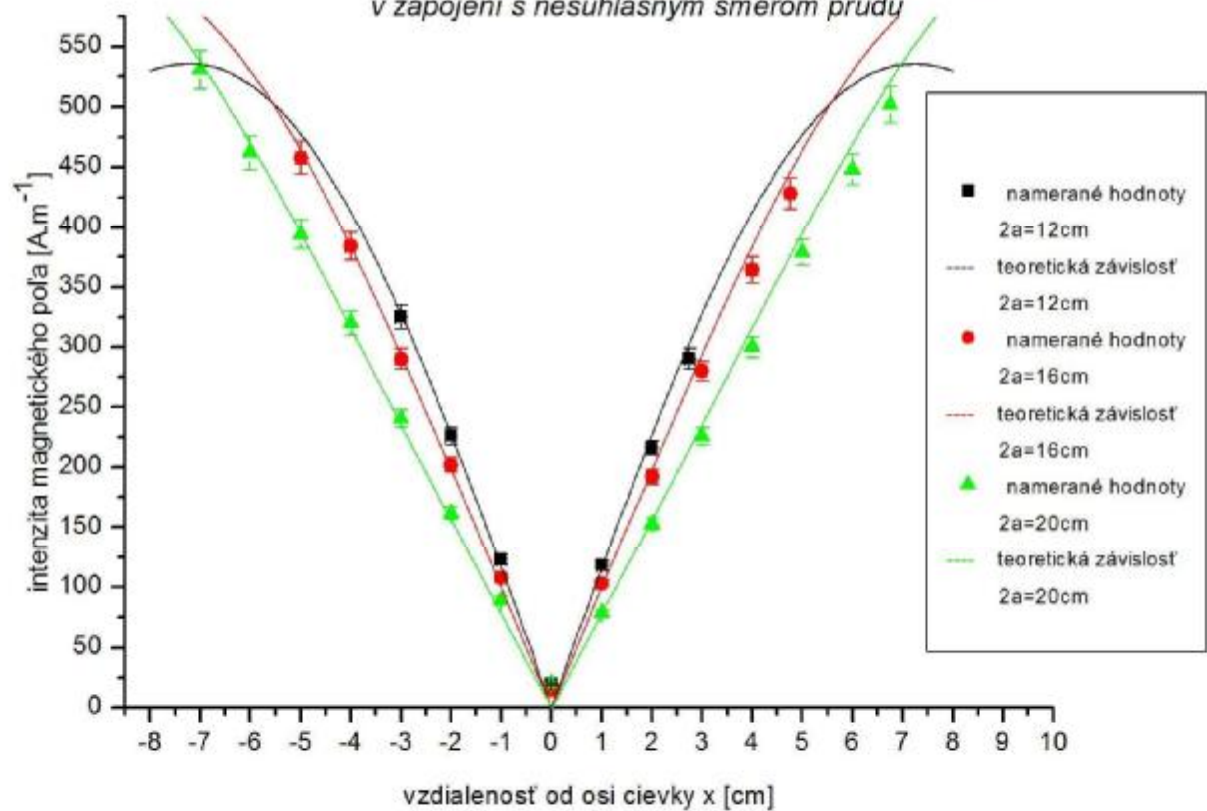
Literatúra:

- [1] Bakule, J.; Štenberk: Fyzikálne praktikum II; SPN; Praha 1989
[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

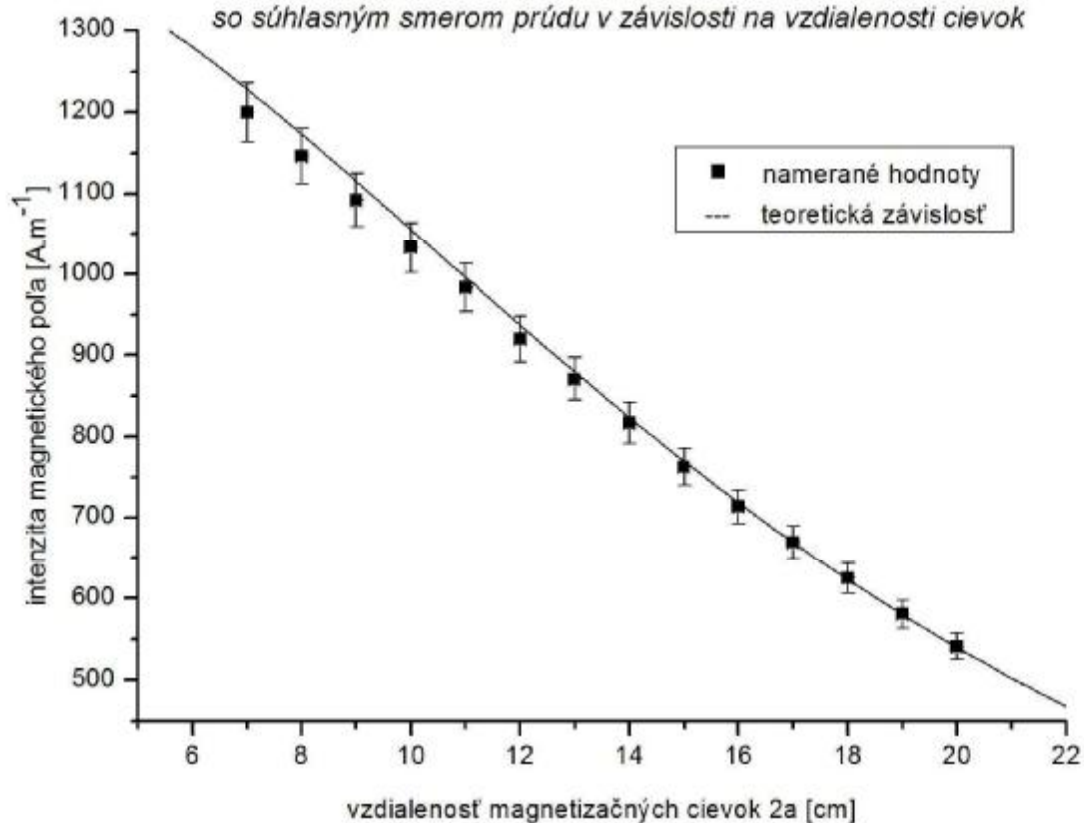
Graf 1 - Priebeh veľkosti intenzity magnetického poľa na osi cievok
v zapojení so súhlasným smerom prúdu



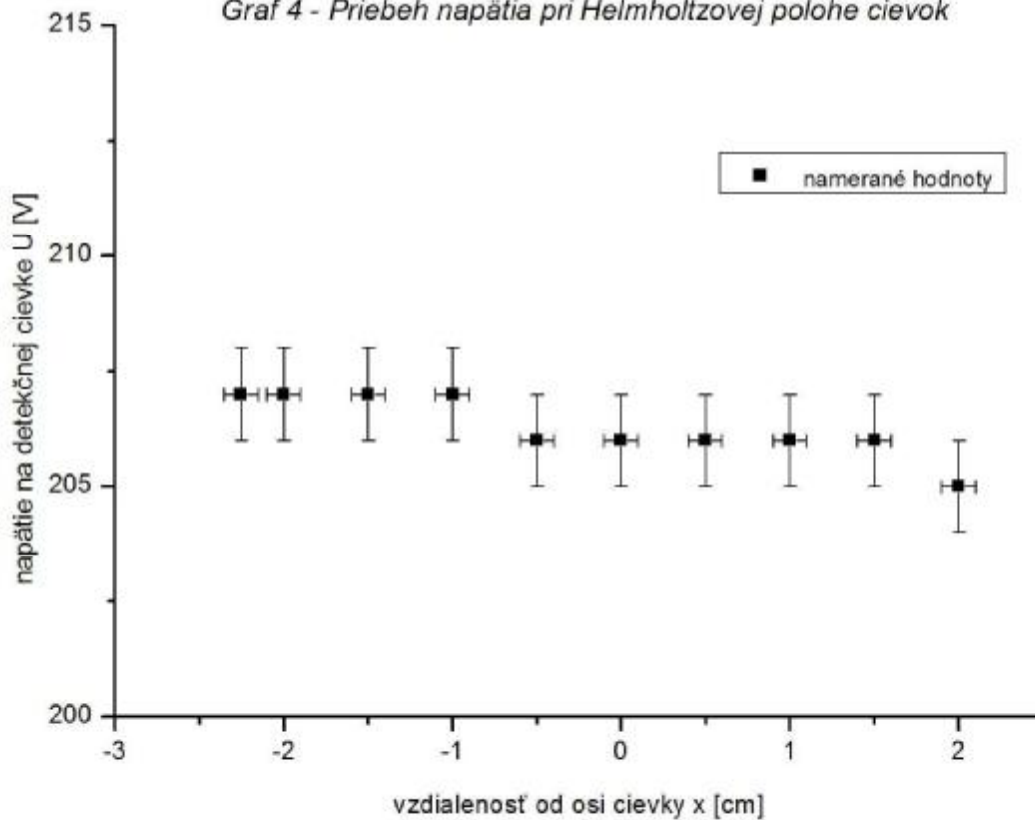
Graf 2 - Priebeh veľkosti intenzity magnetického poľa na osi cievok
v zapojení s nesúhlasným smerom prúdu



Graf 3 - Intenzita magnetického poľa uprostred medzi cievkami v zapojení so súhlasným smerom prúdu v závislosti na vzdialenosti cievok



Graf 4 - Priebeh napätia pri Helmholtzovej polohe cievok



Graf 5 - Priebeh veľkosti intenzity magnetického poľa na osi solenoidu

