

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM III

Úloha č.: 2

Název: Meranie parametrov zobrazovacích sústav

Vypracoval: Viktor Babjak.....stud. sk. F 11 dne: 7. 3. 2006

Odevzdal dne:

Hodnocení:

Připomínky:

- „zmätočný zápis v tabuľke 2“ (zle uvedené jednotky – namiesto mm majú byť cm)
- ku odhadu chyby f_2 : „Ak naozaj urobíte odhad chýb z prenosu, dôjde k väčšej hodnote ako uvádzate.“
- ku tabuľke 3: „Uvádzajte dôsledne jednotky [mm]“
- ku tabuľke 4: „Bolo by vhodné uviesť i Δa^2 pre lepšiu prehľadnosť výsledkov.“
- v diskusii komentár ku vete *Pri meraní Besselovou metódou potrebujeme ...*: „Vzdialenosť tienidla a predmetu sa dá zmerať veľmi presne. Systematická chyba Besselovej metódy plynie z nenulovej hodnoty δ pre reálne šošovky, preto sa robí tá oprava.“
- v diskusii komentár ku poslednej vete *...sa zhoduje s teoretickou hodnotou.*: „To nemôžete usúdiť, ak nevíete skutočný index lomu skla, z ktorého je šošovka vyrobená.“

kapitola referátu	možný počet bodů	udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 3	3
Výsledky měření	0 - 10	10
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 2	2
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	20

Posuzoval:.....

dne:.....

Pracovné úlohy:

1. Zmerajte ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej (plankonvexnej) šošovky Besselovou metódou a metódou dvojitého zväčšenia.
2. Z nasledujúcich možnosti vyberte jednu:
 - a. Zmerajte guľovú chybu vyšetrovanej ploskovypuklej šošovky v oboch smeroch pre dve vzdialenosti predmetu $a_1 = 30\text{ cm}$, $a_2 = 60\text{ cm}$. Získané výsledky spracujte do jedného grafu a diskutujte veľkosť guľovej chyby v jednotlivých prípadoch.
 - b. Zmerajte ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej (plankonvexnej) šošovky Besselovou metódou s modrým a červeným filtrom. Vyhodnoťte farebnú chybu vyšetrovanej šošovky, použite i výsledok z úlohy 1.
3. S použitím goniometra určite vzdialenosť hlavných rovín šošovky meranej v bode 1 a hrubej ploskovypuklej šošovky.
4. Na základe výsledkov získaných v bodoch 1 a 3 diskutujte, ktorá z uvedených metód merania ohniskovej vzdialenosti podľa bodu 1 je v uvedenom usporiadaní presnejšia. Porovnajme relatívne chyby meraní. Odhadnite systematickú chybu, ktorej sa dopúšťame pri meraní ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou.
5. Zo známej hrúbky hrubej ploskovypuklej šošovky a zmeranej vzdialenosti hlavných rovín určite index lomu skla.

Teoretická časť:

Základom pre experimentálne určenie ohniskovej vzdialenosti f je zobrazovacia rovnica šošovky

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}, \quad (1)$$

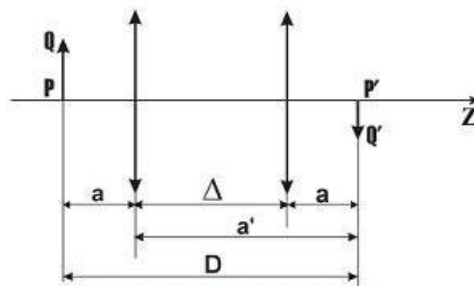
kde a je vzdialenosť predmetu od hlavnej predmetovej roviny a a' je vzdialenosť obrazu od hlavnej obrazovej roviny. V prípade tenkej šošovky sú hlavná predmetová a obrazová rovina totožné a prechádzajú jej stredom.

Besselova metóda

Besselova metóda využíva to, že zobrazovacia rovnica (1) prepísaná do tvaru

$$(a - f)(a' - f) = f^2 \quad (2)$$

je symetrická vzhľadom k a i a' . To znamená, že pre danú vzdialenosť obrazu a predmetu D (ak je splnená podmienka $D > 4f$) existujú dve symetrické polohy šošovky, pri ktorých je obraz ostrý, viď obrázok 1.



Obrázok 1 - Besselova metóda

Ak vzdialenosť dvoch symetrických polôh šošovky označíme Δ , tak podľa obrázku 1 platí

$$D = a + a', \quad (3)$$

$$\Delta = a' - a. \quad (4)$$

Dosadením rovníc (3) a (4) do (1) dostaneme výraz pre ohniskovú vzdialenosť f

$$f = \frac{D^2 - \Delta^2}{4D} \quad (5)$$

Na určenie ohniskovej vzdialenosti f potrebujeme zmerať len D a Δ , t.j. nepotrebujeme poznať presnú polohu stredu šošovky.

Ak máme hrubú šošovku, tak musíme uvažovať aj vzdialenosť hlavných rovín δ . V tomto prípade je $D = a + a' + d$ a vzťah (5) musíme upraviť na

$$f = \frac{(D-d)^2 - \Delta^2}{4(D-d)}. \quad (6)$$

Metóda dvojitého zväčšenia

Táto metóda určenia ohniskovej vzdialenosti využíva dve merania priečného zväčšenia $b = \frac{y'}{y}$ pri dvoch rôznych vzdialenostiach predmetu (resp. obrazu) od šošovky a (resp. a'), kde y (resp. y') je veľkosť predmetu (resp. obrazu). Potom pre ohniskovú vzdialenosť f šošovky platí

$$f = \frac{\left(\frac{y'}{y}\right)_1 \left(\frac{y'}{y}\right)_2}{\left|\left(\frac{y'}{y}\right)_2 - \left(\frac{y'}{y}\right)_1\right|} |a_1 - a_2| = \frac{|a'_1 - a'_2|}{\left|\left(\frac{y'}{y}\right)_2 - \left(\frac{y'}{y}\right)_1\right|} \quad (7)$$

Na určenie ohniskovej vzdialenosti f potrebujeme poznať okrem priečných zväčšení iba zmenu polohy predmetu (resp. obrazu).

Obe metódy určovania ohniskovej vzdialenosti môžeme spojiť do jedného merania, pretože pri Besselovej metóde dostávame dva rôzne zväčšené obrazy pre dve rôzne vzdialenosti predmetu od šošovky.

Sférická (gul'ová) chyba šošoviek

Ak sa pri meraní neobmedzíme na paraxiálne lúče, tak môžeme pozorovať jav sférickej chyby šošovky. Lúče dopadajúce na šošovku vo vzdialenosti s od osi vytvoria obraz bližšie ku stredu šošovky ako paraxiálne lúče, vid' [1] obr. 2,13. Sférickou chybou nazývame rozdiel

$$\Delta a'(s) = a'(s) - a'_p, \quad (8)$$

kde a'_p (resp. a') je vzdialenosť obrazu bodu P na osi od šošovky pre paraxiálne lúče (resp. pre lúče prechádzajúce šošovkou vo vzdialenosti s od osi). Takto definovaná sférická chyba závisí na polohe predmetu a môžeme ju aproximovať kvadratickou závislosťou

$$\Delta a' = Ks^2, \quad (9)$$

kde pre spojku $K < 0$.

Sférickú chybu šošovky meriame pomocou cloniek, ktoré majú podobu medzikruží s vonkajším polomerom r_1 a vnútorným r_2 . Pri výpočtoch potom uvažujeme vzdialenosť lúču od osi šošovky ako s (stredný polomer medzikružia)

$$s = \frac{r_1 + r_2}{2}. \quad (10)$$

Určenie hlavných rovín plankonvexnej šošovky

Uzlové a hlavné body plankonvexnej šošovky sú totožné, vid' [1] obr. 2,9. Pre plankonvexnú šošovku platí rovnica

$$d_{pp} = \frac{n-1}{n} d_{pp}, \quad (11)$$

Kde d_{pp} je šírka šošovky, δ_{pp} vzdialenosť hlavných rovín a n index lomu skla šošovky.

Uzlové body (resp. hlavné body) šošoviek určujeme pomocou goniometra s otočným stolíkom (vid' [1] obr. 2,10). Šošovku osvetľujeme rovnobežnými zväzkami vychádzajúcimi z kolimátora, v ďalekohľade vidíme obraz vstupnej štrbiny. Pri otáčaní stolíka so šošovkou budeme pozorovať posun obrazu štrbiny. Tento posun sa zastaví vo chvíli, keď os O pretne predmetový uzlový bod šošovky. Keď potom stolík so šošovkou otočíme o 180° , vymení sa navzájom predmetový a obrazový uzlový bod. Rovnakým spôsobom určíme po otočení predmetový uzlový bod (pôvodne obrazový) – určením vzdialenosti predmetového a uzlového bodu určíme δ_{pp} .

Výsledky meraní:

Ohnisková vzdialenosť ploskovypuklej šošovky

Ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej šošovky som určil Besselovou metódou a súčasne metódou dvojitého zväčšenia.

Vzdialenosť medzi predmetom a tienidlom D som menil od 80 cm do 100 cm – hodnoty D som odčítaval na optickej lavici. Chybu merania D odhadujem na 2 mm. Pre jednotlivé merania som vzdialenosť D ponechal konštantnú a pohyboval som šošovkou tak, aby som našiel dve polohy a_1 resp. a_2 , v ktorých je obraz ostrý. Chybu určenia a vzhľadom k subjektívnemu rozoznaniu ostrosti obrazu odhadujem na 5 mm. Výsledky Besselovej metódy sú uvedené v tabuľke 1.

Tabuľka 1 – Besselova metóda

D [cm]	a_1 [cm]	a_2 [cm]	Δ [cm]	f_B [cm]
80	57,4	22,2	35,2	16,13
85	63,2	21,5	41,7	16,14
90	68,4	21,0	47,4	16,26
95	74,1	20,2	53,9	16,10
100	79,4	20,0	59,4	16,18

f_B je ohnisková vzdialenosť vypočítaná podľa (5) z Besselovej metódy. Δ označuje vzdialenosť dvoch symetrických polôh šošovky. Chybu f_B a Δ som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2]. Stredná hodnota ohniskovej vzdialenosti f_B je

$$\underline{f_B} = (16,2 \pm 0,2) \text{ cm}.$$

Pre každú polohu šošovky som zároveň určoval výšku obrazu y' (posunom rysky na tienidle som určoval priemer kruhového otvoru). Chybu určenia výšky obrazu odhadujem na 1 mm. Výška predmetu podľa zadania je $y = 10,0 \text{ mm}$. Výsledky metódy dvojitého zväčšenia sú v tabuľke 2.

Tabuľka 2 – Metóda dvojitého zväčšenia

D [cm]	a_1 [cm]	a_2 [cm]	$ a_1 - a_2 $ [cm]	y'_1 [mm]	y'_2 [mm]	f_z [cm]
80	57,4	27,8	35,2	3,7	0,1	16,38
85	63,2	21,5	41,7	3,3	0,1	16,73
90	68,4	21,0	47,4	2,9	0,1	16,36
95	74,1	20,2	53,9	2,8	0,1	16,44
100	79,4	20,0	59,4	2,4	0,1	16,61

f_z je ohnisková vzdialenosť vypočítaná podľa (7) z metódy dvojitého zväčšenia. Chybu f_z som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2]. Stredná hodnota ohniskovej vzdialenosti f_z je

$$\underline{f_z} = (16,5 \pm 0,6) \text{ cm}.$$

Gul'ová chyba ploskovypuklej šošovky

Gul'ovú chybu som zmeral pre dve vzdialenosti predmetu $a_1 = 30 \text{ cm}$, $a_2 = 60 \text{ cm}$ a pre štyri vzdialenosti s lúčov od osi. Vzdialenosť s som menil pomocou clôn v tvare medzikruží s priemerami, ktoré sú v tabuľke 3.

Tabuľka 3 – Priemery clôn

D_1	10	20	30	40
D_2	0	10	20	30
s	5	7,5	12,5	17,5

Meranie gul'ovej chyby som robil v oboch smeroch, t.j. pre rovinné rozhranie smerom k predmetu (označenie x'_r) a pre gul'ové rozhranie smerom k predmetu (označenie x'_g). Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 4 a sú zobrazené v grafe 1. Koeficienty K z rovnice (9) som určil pomocou lineárnej regresie podľa programu Origin.

Tabuľka 4 – Meranie guľovej chyby ploskovypuklej šošovky

s [mm]	x'_{g1} [cm]	x'_{r1} [cm]	x'_{g2} [cm]	x'_{r2} [cm]
5,0	71,75	70,95	87,75	77,95
7,5	71,60	70,75	87,70	77,85
12,5	71,25	70,50	87,55	77,70
17,5	70,80	70,20	87,30	77,50

Pre $a_1 = 30\text{ cm}$ som dostal hodnoty:

- $K_{g1} = (33,3 \pm 1,6)m^{-1}$
- $K_{r1} = (25,2 \pm 3,3)m^{-1}$

Pre $a_2 = 60\text{ cm}$ som dostal hodnoty:

- $K_{g2} = (16,0 \pm 0,3)m^{-1}$
- $K_{r2} = (15,3 \pm 1,4)m^{-1}$

Vzdialenosť hlavných rovín šošovky

Vzdialenosť hlavných rovín tenkej a hrubej ploskovypuklej šošovky som určil pomocou goniometra. Vzďialenosti x , pri ktorých sa zastaví posun obrazu štrbiny, som určoval milimetrovým posunom rysky na goniometre.

Namerané hodnoty pre tenkú šošovku sú uvedené v tabuľke 5.

Tabuľka 5 – Vzďialenosť hlavných rovín tenkej šošovky

	x_1 [mm]	x_2 [mm]
1	20,3	16,4
2	20,4	16,5
3	20,4	16,5
4	20,6	16,5
5	20,7	16,6

Chybu určenia x odhadujem na 0,5 mm. Rozdiel $x_1 - x_2$ zodpovedá vzdialenosti hlavných rovín v šošovke. Chybu tohto rozdielu som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2]. Stredná hodnota vzdialenosti hlavných rovín δ je

$$d_1 = (4,0 \pm 0,7)\text{ mm}.$$

Na základe tejto vzdialenosti hlavných rovín δ som urobil korekciu ohniskovej vzdialenosti vypočítanej podľa Besselovej metódy. Podľa vzťahu (6) platí

$$f_B = (16,0 \pm 0,2)\text{ cm}.$$

Namerané hodnoty pre hrubú šošovku sú uvedené v tabuľke 6.

Tabuľka 6 – Vzďialenosť hlavných rovín hrubej šošovky

	x_1 [mm]	x_2 [mm]
1	28,0	14,4
2	28,3	14,3
3	28,6	14,6
4	28,0	14,8
5	28,1	14,8

V tomto prípade chybu určenia x odhadujem na 1 mm. Pre strednú hodnotu vzdialenosti hlavných rovín δ platí

$$d_2 = (13,6 \pm 1,4)\text{ mm}.$$

Index lomu skla

Podľa [1] pre hrúbku hrubej šošovky platí $d = 38\text{ mm}$. Podľa vzťahu (11) pre index lomu skla platí

$$n = \frac{d}{d-d} \quad (12)$$

Zo známej hrúbky hrubej šošovky d a vzdialenosti hlavných rovín δ pre index lomu skla platí
 $n = 1,56 \pm 0,09$.

Diskusia:

Hodnoty ohniskovej vzdialenosti tenkej ploskovypuklej šošovky určené Besselovou metódou a metódou dvojitého zväčšenia sa v rámci chyby zhodujú. Relatívna chyba ohniskovej vzdialenosti určenej Besselovou metódou je $h_{f_b} = 3,6\%$ a metódou dvojitého zväčšenia $h_{f_z} = 1,2\%$, t.j. Besselova metóda je presnejšia.

Najväčším zdrojom chýb pri určovaní ohniskovej vzdialenosti je subjektívne rozoznanie ostroty obrazu. Pri meraní Besselovou metódou potrebujeme poznať absolútnu hodnotu vzdialenosti predmetu od tienidla, na ktoré sa zobrazuje obraz. Určovanie tejto vzdialenosti môže byť zaťažené systematickou chybou. Pri meraní metódou dvojitého zväčšenia potrebuje poznať aj veľkosť predmetu a obrazu, t.j. musíme merať malé rozmery.

Metóda dvojitého zväčšenia je vhodná vtedy, keď nemôžeme určiť vzdialenosti hlavných rovín – presnosť je daná hlavne určením veľkosti predmetu a obrazu. Keď môžeme určiť rozmer šošovky, tak je vhodnejšia Besselova metóda, ktorá je presnejšia (nepotrebujeme určovať malé rozmery).

Z grafu 1 je vidieť, že sa potvrdila predpokladaná závislosť sférickej chyby šošovky na vzdialenosti lúčov od osy šošovky. Pre vzdialenosť $a_2 = 60\text{cm}$ sú odchýlky nameraných bodov od regresnej priamky menšie ako pre vzdialenosť $a_1 = 30\text{cm}$, vid' graf 1. Pri meraní sférickej chyby šošovky rovinným rozhraním k predmetu bola clona až za šošovkou – tento fakt mohol mať vplyv na výsledok merania.

Pre vzdialenosť predmetu a_1 som nameril menšiu sféricкую chybu pri natočení šošovky rovinným rozhraním k predmetu, kým pre vzdialenosť a_2 je sférická chyba menšia pri natočení šošovky guľovým rozhraním k predmetu, vid' graf 1.

Zdrojom chýb pri určovaní uzlových bodov šošoviek bolo subjektívne určenie polohy, v ktorej sa zastavil posun obrazu štrbiny. Pri určovaní uzlových bodov hrubej šošovky jej rozmery bránili dobrému zaostreniu ďalekohľadu goniometra, a preto aj rozptyl hodnôt x_2 je väčší.

Na základe určenej ohniskovej vzdialenosti som mohol previesť korekciu ohniskovej vzdialenosti určenej podľa Besselovej metódy. Z nameraných hodnôt vyplýva, že danú šošovku môžeme považovať za tenkú.

Ak poznáme hrúbku šošovky a vzdialenosť hlavných rovín, tak podľa (12), môžeme určiť index lomu skla šošovky. Určená hodnota $n = 1,56 \pm 0,09$ sa zhoduje s teoretickou hodnotou.

Záver:

Zmeral som ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej šošovky Besselovou metódou a metódou dvojitého zväčšenia.

- metóda dvojitého zväčšenia: $f_z = (16,5 \pm 0,6)\text{cm}$, $h_{f_z} = 1,2\%$,
- Besselova metóda: $f_b = (16,2 \pm 0,2)\text{cm}$, $h_{f_b} = 3,6\%$,
- po korekcii: $f_b = (16,0 \pm 0,2)\text{cm}$.

Určil som guľovú chybu tenkej ploskovypuklej šošovky v oboch smeroch pre dve vzdialenosti predmetu $a_1 = 30\text{cm}$ a $a_2 = 60\text{cm}$, vid' graf 1. Lineárnou regresiou pomocou programu *Origin* som určil koeficienty K .

- pre $a_1 = 30\text{cm}$: $K_{g1} = (33,3 \pm 1,6)m^{-1}$, $K_{r1} = (25,2 \pm 3,3)m^{-1}$
- pre $a_2 = 60\text{cm}$: $K_{g2} = (16,0 \pm 0,3)m^{-1}$, $K_{r2} = (15,3 \pm 1,4)m^{-1}$

Pomocou goniometra som určil vzdialenosť hlavných rovín

- tenká šošovka: $d_1 = (4,0 \pm 0,7)mm$
- hrubá šošovka: $d_2 = (13,6 \pm 1,4)mm$

Určil som index lomu skla šošovky $n = 1,56 \pm 0,09$.

Literatúra:

- [1] študijný na stránkach fyzikálneho praktika: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

Graf 1 - Guľová chyba ploskovypuklej šošovky

