

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM III

Úloha č.: 19

Název: Meranie indexu lomu Jaminovým interferometrom

Vypracoval: Viktor Babjak.....stud. sk. F 11 dne: 30. 3. 2006

Odevzdal dne:

Hodnocení:

Připomínky:

- neuvedená chyba určení délky kyviat ($\pm 0,5$ cm)
- chyba σ_p : „alebo skôr 0,5 hPa podľa pravidla o určovaní chyby z odčítanej hodnoty“
- komentár ku prvému riadku tabuľky 1: „Ak naozaj vyčerpáte trubicu na vákuum, pre nula prejdených prúžkov, musíte mať tlak nulový! Ak sa s odčítaním veľmi zdržujete, bude tlak v trubici postupne narastať.“
- v diskusii komentár ku vete *Chyby merania závislosti indexu lomu na tlaku...*: „Ak si urobíte skutočne kvantitatívny odhad vplyvu chýb merania tlaku, dĺžky kyviat a počtu prejdených prúžkov, zistíte, že vplyv chyby počtu prejdených prúžkov je úplne prevažujúci.“
- komentár ku vete *No v kyvete vákuum nebolo.*: „Rozdiel by ste aj tak nespoznali.“
- komentár ku grafu 6: „Ešte by bolo vhodné v tomto prípade uviesť i ukazovateľ chyby, aby bolo zrejme, že vplyv indexu lomu na λ je pri uvažovanej presnosti λ ($\pm 0,3$ nm) vlastne v rámci tohto chybového intervalu!

kapitola referátu	možný počet bodů	udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 3	3
Výsledky měření	0 - 10	10
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 2	2
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	20

Posuzoval:.....

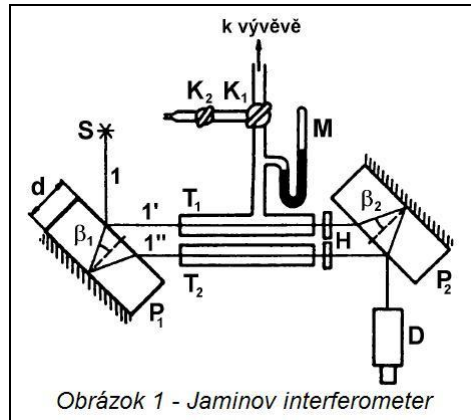
dne:.....

Pracovné úlohy:

1. Zmerajte závislosť indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislosť $n(p)$ spracujte graficky. Vyneste takisto závislosť vlnovej dĺžky sodíkovej čiary na indexe lomu vzduchu $I(n)$. Prevedzte lineárnu regresiu závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrov získaných lineárnou regresiou.
3. Porovnaním tabuľkového n_{15,p_0} a zmeraného n_{t,p_0} stanovte teplotu laboratória (vrátane chyby).

Teoretická časť:

Jaminov interferometer



Jaminov interferometer je znázornený na obrázku 1. Skladá sa z dvoch planparalelných dosiek P_1 a P_2 šírky d s indexom lomu n , ktoré sú pokované. Dopadajúce monochromatické svetlo zo zdroja S sa na doskách čiastočne odráža (lúč 1') a čiastočne lomí (lúč 1''). Ak uhly lomu označíme ako β_1 a β_2 , tak pre dráhový rozdiel oboch lúčov vstupujúcich do detektora D platí, vid' [1]

$$d = 2nd(\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (1)$$

t.j. dráhový rozdiel je pre všetky rovnobežné lúče rovnaký, a preto môžeme pozorovať pružky rovnakého sklonu.

Ak sú planparalelné dosky dostatočne široké, tak môžeme svetelným lúčom do cesty vložiť dve kyvety dĺžky l , ktoré sú naplnené plynmi s indexmi lomu n_0 a n_1 . Potom pre dráhový rozdiel lúčov platí

$$d_1 = l(n_1 - n_0) + d_0, \quad (2)$$

kde d_0 je dráhový rozdiel lúčov pred vložením kyviet. Ak zmeníme v jednej kyvete index lomu n_1 na n_2 (napr. zmenou tlaku), tak sa zmení aj dráhový rozdiel lúčov na d_2

$$d_2 = l(n_2 - n_0) + d_0. \quad (3)$$

Zmena dráhového rozdielu lúčov spôsobená zmenou indexu lomu je daná ako

$$d \equiv d_2 - d_1 = l(n_2 - n_1). \quad (4)$$

Ak táto zmena prebieha spojito a dostatočne pomaly, môžeme zmenu dráhového rozdielu δ stanoviť z počtu k pružkov, ktoré pritom prešli nitkovým krížom ďalekohľadu

$$d = k\lambda, \quad (5)$$

kde λ je vlnová dĺžka použitého svetla. Kombináciou vzťahov (4) a (5) dostaneme závislosť

$$n_2 = n_1 + \frac{k\lambda}{l}. \quad (6)$$

Závislosť indexu lomu na vlnovej dĺžke a tlaku

Vlnová dĺžka λ sodíkovej čiary závisí na indexe lomu prostredia n vzťahom, vid' [3]

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (7)$$

kde λ_0 je vlnová dĺžka vo vákuu.

Index lomu ideálneho plynu n závisí na tlaku p vzťahom

$$n(p) = 1 + ap, \quad (8)$$

kde a je konštanta charakteristická pre skúmané prostredie.

Teplota t závisí na indexe lomu n prostredia a tlaku p podľa vzťahu, vid' [3]

$$n_{t,p} - 1 = (n_{15,p_0} - 1) \frac{(1+15g)p}{(1+gt)p_0}, \quad (9)$$

kde n_{15,p_0} je index lomu pri 15°C a tlaku p_0 , pričom platí $n_{15,p_0} - 1 = 277,2 \cdot 10^{-6}$, $I = (589,3 \pm 0,3)\text{nm}$, $p_0 = 101,325\text{kPa}$ a $g = 3670 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$ je konštanta.

Potom pre teplotu t platí

$$t = \frac{1}{g} \left(\frac{(n_{15,p_0} - 1)(1+15g)p}{(n_{t,p} - 1)p_0} - 1 \right) \quad (10)$$

Výsledky meraní:

Zadaná dĺžka kyviek použitého Jaminovho interferometra je

$$l = 50\text{cm}.$$

Ako zdroj kvazimonochromatického svetla som použil žlté svetlo sodíkovej výbojky, ktorej stredná vlnová dĺžka vo vzduchu a pri tlaku $p_0 = 101,325\text{kPa}$ je

$$I = (589,3 \pm 0,3)\text{nm}.$$

Z jednej kyvety som vyčerpal vzduch na medzný tlak dosiahnuteľný použitou výevou tak, že v postačujúcom priblížení môžeme predpokladať, že v kyvete je vákuum, ktoré má index lomu 1. Potom som postupne zvyšoval tlak, ktorého hodnotu som odčítal vždy, keď nitkovým krížom ďalekohľadu prešlo 10 prúžkov.

Celé meranie som opakoval 5-krát. Namerané hodnoty tlaku vzduchu označujem ako $p_1 - p_5$; počet prúžkov označujem k .

Tlak vzduchu v kyvete som určoval pomocou digitálneho manometra, pričom chybu nameraných hodnôt tlaku odhadujem na úrovni poslednej zobrazovanej číslice

$$s_p = 1\text{hPa}.$$

Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1, v ktorej uvádzam aj index lomu n vypočítaný podľa vzťahu (6), pričom pre počiatočný stav platí $n_1 = 1$. Chybu σ_n som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2].

Tabuľka 1 – Závislosť indexu lomu na tlaku vzduchu

k	p_1 [hPa]	p_2 [hPa]	p_3 [hPa]	p_4 [hPa]	p_5 [hPa]	N
0	4	2	3	3	5	1,000000
10	50	48	48	47	49	1,000012
20	97	92	94	92	94	1,000024
30	141	137	141	137	139	1,000035
40	185	180	185	180	183	1,000047
50	229	225	229	225	228	1,000059
60	274	269	274	270	272	1,000071
70	318	314	318	315	317	1,000083
80	363	358	363	359	361	1,000094
90	407	404	407	404	406	1,000106
100	452	447	452	448	450	1,000118
110	496	491	495	491	494	1,000130
120	540	535	540	535	538	1,000141
130	583	579	584	580	582	1,000153
140	628	623	628	624	627	1,000165

150	672	668	671	669	671	1,000177
160	717	712	717	713	716	1,000189
170	760	756	760	758	759	1,000200
180	805	801	806	802	804	1,000212
190	849	846	850	847	849	1,000224
200	894	890	894	891	893	1,000236
210	938	933	938	935	937	1,000248
220	981	978	981	979	980	1,000259

Namerané hodnoty som spracoval metódou lineárnej regresie v programe *Origin*, pričom uvažujem závislosť $n(p) = 1 + ap$ v súlade so vzťahom (9).

Určené hodnoty regresných koeficientov sú

- $a_1 = (2,659 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$
- $a_2 = (2,660 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$
- $a_3 = (2,654 \pm 0,004) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$
- $a_4 = (2,656 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$
- $a_5 = (2,657 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$

Za výsledný regresný koeficient a považujem priemer týchto hodnôt, pričom chybu priemeru som určil ako smerodajnú odchýlku aritmetického priemeru, vid' [1]

$$a = (2,657 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}.$$

Jednotlivé závislosti indexu lomu vzduchu na tlaku sú znázornené v grafoch 1 – 5.

Atmosférický tlak v laboratóriu bol $p = (984,0 \pm 1,0) hPa$. Zo vzťahu (8) som určil index lomu prostredia kvety pri nameranom atmosférickom tlaku.

$$n_{t,p} - 1 = (261,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-6},$$

kde chybu $S_{n_{t,p}-1}$ som určil z kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2].

Podľa vzťahov (7) a (8) som vypočítal vlnovú dĺžku použitého svetla vo vákuu λ_0

$$l_0 = (589,5 \pm 0,3) nm,$$

kde chybu S_{l_0} som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb.

Závislosť vlnovej dĺžky λ na indexe lomu n (7) je zobrazená v grafe 6.

Na základe určeného regresného koeficientu a som podľa (10) určil teplotu v laboratóriu

$$t = (23,6 \pm 0,5) ^\circ C,$$

kde chybu σ_t som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb.

Teplotu v laboratóriu som určil aj pomocou ortuťového teplomera

$$t = (24,0 \pm 0,5) ^\circ C.$$

Diskusia:

V grafoch 1 – 5 je znázornená závislosť indexu lomu na tlaku, ktorá je podľa predpokladov lineárna. Pre každé meranie tejto závislosti som pomocou programu *Origin* určil regresný koeficient a_i . Za výsledný regresný koeficient považujem priemer hodnôt a_i , t.j. $a = (2,657 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$.

Vypočítaný regresný koeficient a by sa mal zhodovať s tabuľkovým koeficientom určeným zo [4], $a = 2,655 \cdot 10^{-9} Pa^{-1}$. Vypočítaná a tabuľková hodnota sa v rámci chyby zhodujú.

Chyby merania závislosti indexu lomu na tlaku sú dané nepresnosťou určenia tlaku a konštantných veličín (dĺžka kviet).

V chybe nie je zahrnutá aproximácia podľa vzťahu (6), kde som za n_l dosadil 1, teda index lomu vo vákuu. No v kvete vákuum nebolo. Použitá rotačná výveva dokáže odčerpať vzduch na

tlak 1 Pa , no tento tlak použitý manometer nie je schopný zaregistrovať. T.j. použitá aproximácia bola oprávnená.

Index lomu závisí aj na ďalších faktoroch, napr. na vlhkosti vzduchu, ktoré neboli pri meraní zohľadnené, a preto si myslím, že chyba určenia indexu lomu je väčšia ako vypočítaná chyba.

Na základe regresného koeficientu a som určil vlnovú dĺžku použitého svetla vo vákuu $I_0 = (589,5 \pm 0,3) \text{ nm}$.

V grafe 6 je znázornená závislosť vlnovej dĺžky sodíkovej čiary na indexe lomu vzduchu. Pri použitých indexoch lomu sa vlnová dĺžka zmenila len minimálne (asi o 0,03 %). Relatívna chyba určenia vlnovej dĺžky je malá – 0,05 %.

Teplota v laboratóriu nameraná pomocou ortuťového teplomera $t = (24,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ a vypočítaná podľa regresného koeficientu a $t = (23,6 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ sa v rámci chyby zhodujú.

Záver:

Zmeral som závislosť indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1 a sú zobrazené v grafoch 1 – 5. Určil som smernicu tejto závislosti ako

$$a = (2,657 \pm 0,003) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}.$$

Z nameraného tlaku v laboratóriu $p = (984,0 \pm 1,0) \text{ hPa}$ som určil index lomu vzduchu

$$n_{t,p} - 1 = (261,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-6}.$$

Závislosť vlnovej dĺžky sodíkovej čiary na indexe lomu ja znázornená v grafe 6.

Z nameraného indexu lomu vzduchu som určil teplotu vzduchu v kyvete

$$t = (23,6 \pm 0,5)^\circ\text{C}.$$

Teplotu v laboratóriu som určil aj pomocou ortuťového teplomera

$$t = (24,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}.$$

Absolútne chyby jednotlivých veličín som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, vid' [2].

Literatúra:

- [1] študijný text na stránkach fyzikálneho praktika: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha, 1999
- [3] Brož, Roskovec, Valouch; Fyzikální a matematické tabulky, STNL Praha, 1980
- [4] M. Pavelek, E. Janotková, J. Štětina: Vizualizační a optické měřicí metody, Hypertextová skripta FSI VUT, Brno 2001, <http://dt.fme.vutbr.cz/~pavelek/optika/index.htm>

