

**Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK**

**PRAKTIKUM IV**

Úloha č.: A14

Název: Štúdium statických javov pri jadrovom rozpade GM detektorom

Vypracoval: Viktor Babjak.....stud. sk. F3..... dne: 9. 10. 2006

Odevzdal dne: .....

**Hodnocení:**

Připomínky:

kapitola referátu	možný počet bodů	udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 3	
Výsledky měření	0 - 10	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 2	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:.....

## Pracovné úlohy:

1. Zmerajte charakteristiku Gaiger – Müllerovho detektoru pre žiarenie gamma a pri jednotlivých meraniach stanovte chybu a vyznačte ju do grafu. Určite dĺžku a sklon plata v charakteristike detektora a diskutujte presnosť určenia týchto veličín.
2. Zmerajte mŕtvu dobu detektora metódou dvoch žiaričov a stanovte chybu merania.
3. Študujte počty nameraných impulzov rôznych časových intervaloch a porovnajme ich rozdelenie s Poissonovým, respektíve Gaussovým rozdelením.
4. Zmerajte intenzitu žiarenia pre rôzne vzdialenosti žiariča od detektora a určite v oboch prípadoch dobu, počas ktorej je nutné merať (intenzitu i pozadie), aby bola dosiahnutá štatistická presnosť 1 %.

## Teoretická časť:

### Geigerov – Müllerovho detektora

GM detektor patrí k plynovým detektorom ionizujúceho žiarenia. Je tvorený výbojkou pracujúcou nad prahom zapálenia samostatného výboja. Prvotná ionizácia vyvolaná detekovaným žiarením vybudí lavínovitú ionizáciu výplne výbojky a teda aj silný prúdový impulz v pripojenom prúdovom obvode, viď [1].

### Charakteristika detektora

Ak je detektor umiestnený do blízkosti konštantného zdroja ionizujúceho žiarenia, môžeme pozorovať závislosť počtu detekovaných častíc  $n$  na napätí medzi elektródami  $U$ , tzv. *charakteristiku detektora*. Kvalitu detektora určuje sklon charakteristiky v oblasti plata, ktorý by nemal prevyšovať 3 %, viď [1].

### Mŕtva doba

Ak je detektore rozvinutý výboj, nedochádza ku detekcii častíc. K ich detekcii môže dôjsť až po určitej dobe nazývanej *mŕtva doba detektora*  $\tau_D$ .

Ak registruje počítač za jednotku času  $n$  impulzov, je doba počas, ktorej bol schopný zaznamenávať častice v skutočnosti  $1 - nt$ , kde  $\tau$  je mŕtva doba detektora. Pre skutočný počet vstupujúcich častíc  $n_s$  platí

$$n_s = \frac{n}{1 - nt}. \quad (1)$$

Vzťah (1) umožňuje korigovať vplyv mŕtvej doby, ak nie je početnosť registrovaných častíc príliš veľká.

Mŕtvu dobu môžeme zmerať metódou dvoch žiaričov. Najprv zmeriame početnosť pulzov od pozadia  $n_{p1}$ . Pridáme prvý žiarič a zmeriame početnosť  $n_1$ , potom pridáme druhý žiarič a zmeriame  $n_2$ . Nakoniec odoberieme i druhý žiarič a zmeriame opäť pozadie  $n_{p2}$ . Na vyhodnotenie mŕtvej doby použijeme aritmetický priemer oboch hodnôt  $n_{p1}$  a  $n_{p2}$ , ktorú označíme  $n_p$ . Počas merania sa poloha žiaričov nesmie meniť. K výpočtu mŕtvej doby sa dá použiť približný vzťah, viď [1]

$$t = t_1 \left[ 1 + \frac{t_1}{2} (n_{12} - n_p) \right], \quad (2)$$

v ktorom

$$t_1 = \frac{n_1 + n_2 - n_{12} - n_p}{2(n_1 - n_p)(n_2 - n_p)}. \quad (3)$$

Relatívnu chybu mŕtvej doby môžeme určiť pomocou chyby  $\tau_1$  ako

$$h_{t_1} = \frac{s_{t_1}}{t_1} = \frac{\sqrt{N_1 + N_2 + N_{12} + N_p}}{N_1 + N_2 - N_{12} - N_p}, \quad (4)$$

pričom sa zanedbáva chyba menovateľa v (3).

## Štatistické vlastnosti jadrového rozpadu

Pravdepodobnosť, že sa z celkového počtu jadier  $m$  rozpadne za daný časový interval práve  $n$  je daná binomickým rozdelením. Pravdepodobnosť, že sa za daný interval rozpadne konkrétne jadro je  $p$ . V limite  $m \rightarrow \infty$  a  $p \rightarrow 0$ , pričom  $mp \rightarrow m$ , binomické rozdelenie prechádza na Poissonovo rozdelenie

$$P(n) = \frac{m^n}{n!} e^{-m}, \quad (5)$$

pričom  $\mu$  má význam stredného počtu rozpadov za daný interval. Pre veľké hodnoty  $n$  sa dá Poissonovo rozdelenie aproximovať rozdelením Gaussovým, zapísanom v tvare

$$P_s(n) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} e^{-\frac{(n-m)^2}{2s^2}}, \quad (6)$$

v ktorom pre štatistický rozptyl platí  $s^2 = m$ .

Relatívna chyba jednotlivých meraní početnosti je závislá na absolútnom počte detekovaných pulzov

$$h = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (7)$$

Ak chceme pri meraní dvoch žiaričov s rôznymi početnosťami pulzov dosiahnuť porovnateľnú strednú kvadratickú chybu, musíme voliť doby meraní  $t_1$  a  $t_2$ , aby namerané počty pulzov  $n_1$  a  $n_2$  splňovali vzťah

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}. \quad (8)$$

## Výsledky meraní:

### Charakteristika GM detektora

Najprv som zmeral charakteristiku GM detektora pre  $\gamma$ -žiarenie pomocou cézia ( $^{13}\text{Cs}$ ). Meranie som prevádzal na laboratórnej meracej súprave NZQ 727-T. Meral som počet registrovaných pulzov počas doby 40 s. Pre každú hodnotu napätia  $U$  v rozmedzí 280 V a 460 V som meranie vykonal trikrát, pričom za výslednú hodnotu som považoval ich aritmetický priemer. Počty pulzov boli prevedené na jednotkový časový interval; chybu meraní som určil podľa (7), resp. podľa vzťahu  $s_n = \frac{\sqrt{N}}{\Delta t}$ . Namerané hodnoty sú uvedené v *tabuľke 1* (v tabuľke uvádzam iba aritmetický priemer nameraných hodnôt) a sú zobrazené v *grafe 1*.

Tabuľka 1 – Charakteristika detektora

$U$ [V]	$N$	$s_N$	$n$ [ $s^{-1}$ ]	$\sigma_n$ [ $s^{-1}$ ]
280	0	0,0	0,0	0,0
300	3997	10,0	99,9	1,6
320	4280	10,3	107,0	1,6
340	4115	10,1	102,9	1,6
360	4039	10,0	101,0	1,6
380	4082	10,1	102,1	1,6
400	4103	10,1	102,6	1,6
420	4115	10,1	102,9	1,6
440	4121	10,1	103,0	1,6
460	4164	10,2	104,1	1,6

Z *grafu 1* vyplýva, že za plato charakteristiky môžeme považovať úsek medzi napätiami 340 V a 460 V, t.j. dĺžka plato je 120 V. Touto oblasťou som preložil lineárnou regresiou závislosť  $a + bU$ [V]. Platí:

- $a = 96,6 \pm 2,9$
- $b = (0,015 \pm 0,007)V^{-1}$

Podľa [1] kvalitu detektora určuje sklon plata  $s$  vyjadrený relatívnym vzrastom početnosti pulzov pri vzraste napätia o 100 V, t.j. platí

$$s = \frac{100b}{a + bU_0} 100\% , \quad (9)$$

kde  $U_0$  je napätie zodpovedajúce strednej charakteristike. Z grafu 1 vyplýva  $U_0 = 400 V$ , t.j. dostaneme

$$s = (1,46 \pm 0,64)\% ,$$

pričom chybu sklonu som určil podľa kvadratického zákona prenosu chýb, viď [2].

Ďalšie úlohy som meral pri referenčnom napätí  $U_0 = 400 V$ .

### Mŕtva doba detektora

Mŕtvu dobu detektora  $\tau_D$  som určil pomocou metódy dvoch žiaričov (postup merania je uvedené v teoretickej časti). Meral som pri napätí  $U_0 = 400 V$  s konštantným časovým intervalom 400 s; v tabuľke 2 sú uvedené početnosti, ktoré som nameral za tento čas. Chybu nameraných početností  $n$

som určil podľa vzťahu  $\sigma_n = \frac{\sqrt{N}}{\Delta t}$ , viď (1). Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 2.

Tabuľka 2 – Určenie mŕtvej doby pomocou metódy dvoch žiaričov

	$N$	$n [s^{-1}]$	$\sigma_n [s^{-1}]$
$n_{p1}$	883	2,21	0,07
$n_1$	43069	107,67	0,52
$n_{12}$	52870	132,18	0,57
$n_2$	12041	30,10	0,27
$n_{p2}$	906	2,27	0,08
$n_p$	894,5	2,24	0,07

Dosadením do vzťahov (2) a (3) som určil doby  $\tau_1$  a  $\tau_D$ , t.j. pre mŕtvu dobu detektora platí

$$t_1 = (0,57 \pm 14)ms ,$$

$$t = (0,59 \pm 14)ms .$$

### Štatistické rozdelenie počtu nameraných impulzov

Meranie som prevádzkal pomocou počítačového programu *geiger.exe* s dĺžkami časového intervalu 30, 50, 100 a 800 ms pri napätí 400 V. Tento program zaznamenával počty častíc v jednotlivých intervaloch a zostavoval histogram. Pri meraní bola vzorka umiestnená do takej vzdialenosti od detektora, aby početnosť detekcií bola približne  $40 s^{-1}$ .

V tabuľke 3 pre každý časový interval uvádzam celkový počet dekovaných častíc  $N$  a parameter  $\mu$ , ktorý pri Poissonovom aj Gaussovom rozdelení predstavuje stredný počet detekovaných častíc za daný interval. Relatívnu chybu týchto veličín som určil podľa vzťahu (7).

Tabuľka 3 – Rozdelenie počtu impulzov

$\Delta t [s]$	$N$	$\mu_{Poisson}$	$\sigma_{\mu_{Poisson}}$	$\mu_{Gauss}$	$\sigma_{\mu_{Gauss}}$
0,03	842	1,07	0,04	1,03	0,04
0,05	791	1,74	0,06	1,82	0,06
0,1	751	3,70	0,14	3,65	0,13
0,8	913	30,68	1,02	30,67	1,02

Namerané histogramy s preloženým Poissonovým a Gaussovým rozdelením sú zobrazené v grafoch 2 – 5.

### Intenzita žiarenia v rôznych vzdialenostiach, intenzita pozadia

Na meranie som použil jeden žiarič  $^{137}\text{Cs}$ , pre ktorý som zmeral počet detekovaných častíc v dvoch rôznych vzdialenostiach. Častice som detekoval počas doby 400 s a pri napätí  $U_0 = 400 \text{ V}$ . Podľa vzťahu (1) som korigoval namerané početnosti, a tak som určil skutočný počet vstupujúcich častíc. Namerané a vypočítané hodnoty sú uvedené v *tabuľke 4*.

Tabuľka 4 – Intenzita žiarenia v rôznych vzdialenostiach

	$N$	$S_N$	$n [s^{-1}]$	$\sigma_n [s^{-1}]$
1. poloha	50536	225	136,6	0,6
2. poloha	11779	109	30,0	0,3
pozadie	890	30	2,2	0,1

Pre vyžadovanú presnosť 1 % je potrebné podľa vzťahu pre relatívnu chybu namerať  $10^4$  impulzov. Namerané hodnoty sú uvedené v *tabuľke 5*.

Tabuľka 5 – Časy potrebné na dosiahnutie štatistickej presnosti 1 %

	$\tau [s]$
1. poloha	80,2
2. poloha	347,0

Na dosiahnutie štatistickej presnosti 1 % pri meraní pozadia by sme museli merať počas doby

$$t_{\text{pozadie},1\%} = (45 \pm 3,4) \cdot 10^2 \text{ s}.$$

### Diskusia:

#### Charakteristika GM detektora

Nameraná charakteristika GM detektora približne splňa teoretickú závislosť, vid' *graf 1*. Určenie dĺžky plata je zaťažené presne neurčenou chybou, pretože ani pri najvyššom povolenom napätí nebol pozorovaný rýchly nárast počtu pulzov spôsobený falošnými pulzmi. Ak by bol možný jemnejší krok napätia ako 20 V, tak by bolo možné presnejšie premerať túto charakteristiku.

Zistený sklon plata charakteristiky  $s = (1,46 \pm 0,64)\%$  spadá do intervalu, ktorý charakterizuje kvalitný detektor.

Počty detekovaných častíc neboli korigované o mŕtvu dobu detektora. Ide iba o relatívne porovnanie početnosti a pri malých hodnotách pre jednotlivé napätia by korekcia nemala na tvar ani sklon charakteristiky vplyv.

#### Mŕtva doba detektora

Zmeraná mŕtva ( $t = (0,59 \pm 14) \text{ ms}$ ) doba rádovo zodpovedá očakávaniam. Hodnota čitateľa v (3) je obvykle podstatne menšia ako jednotlivé početnosti, a preto je potrebné všetky početnosti určiť dostatočne presne (každú početnosť som určoval počas doby 400 s). Na jej určení sa najviac prejavuje chyba určenia pozadia.

#### Štatistické rozdelenie počtu nameraných impulzov

Štatistické vlastnosti jadrového rozpadu uvedené v *grafoch 2 – 5* zodpovedajú Poissonovmu a Gaussovmu rozdeleniu. Tvar rozdelenia experimentálnych hodnôt zodpovedá Poissonovmu rozdeleniu; pre intervaly s dĺžkou 0,8 s je rozdiel medzi Poissonovým a Gaussovým rozdelením nepatrný. Niekoľko hodnôt sa v rámci chyby nezhoduje s Poissonovým rozdelením – je to dané štatistickou podstatou problému.

Vzhľadom k radu mŕtvej doby  $10^{-4}$  a typickému počtu pulzov za sekundu  $10^2$  nie je potrebné opravovať hodnoty v úlohách 1, 3 a 4 o mŕtvu dobu, pretože rozdiel je na úrovni 1 % a teda výrazne menší ako chyba merania.

## Záver:

Premeral som charakteristiku GM detektora (*graf 1*). Z tejto charakteristiky som určil dĺžku plata  $(100 \pm 20)V$  a jeho sklon  $s = (1,46 \pm 0,64)\%$ .

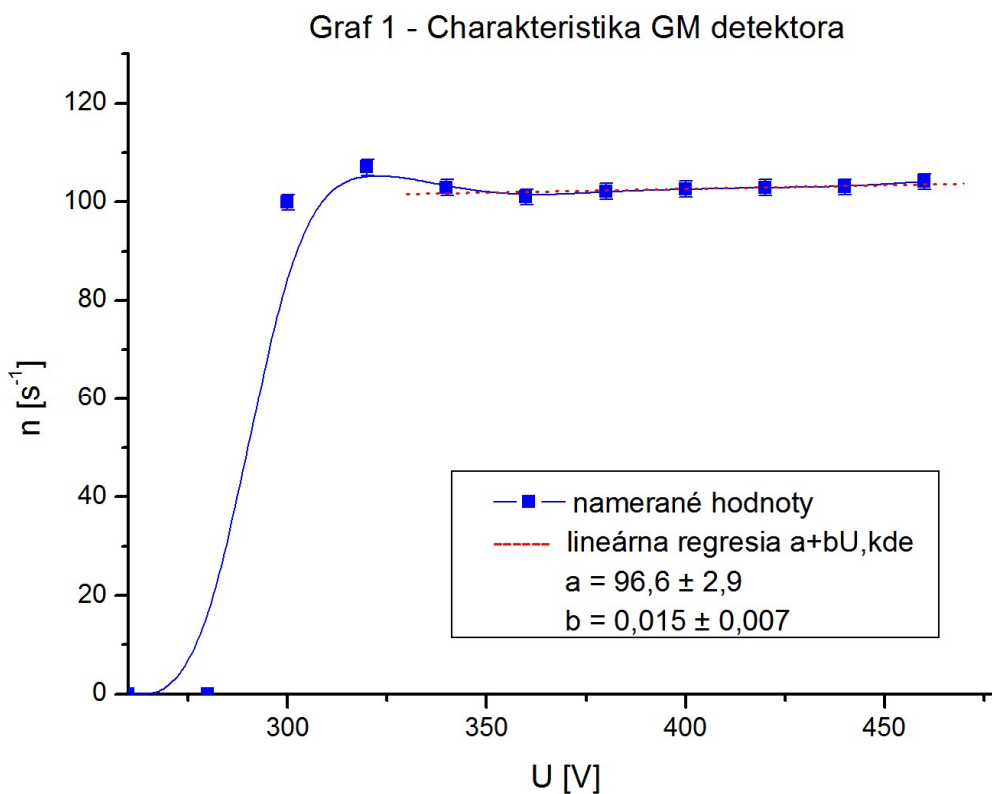
Metódou dvoch žiaričov som určil mŕtvu dobu detektora:  $t = (0,59 \pm 14)ms$ .

Pomocou počítača som premeral štatistické rozloženie počtu zaznamenaných častíc v štyroch rôznych časových intervaloch (*grafy 2 – 5*).

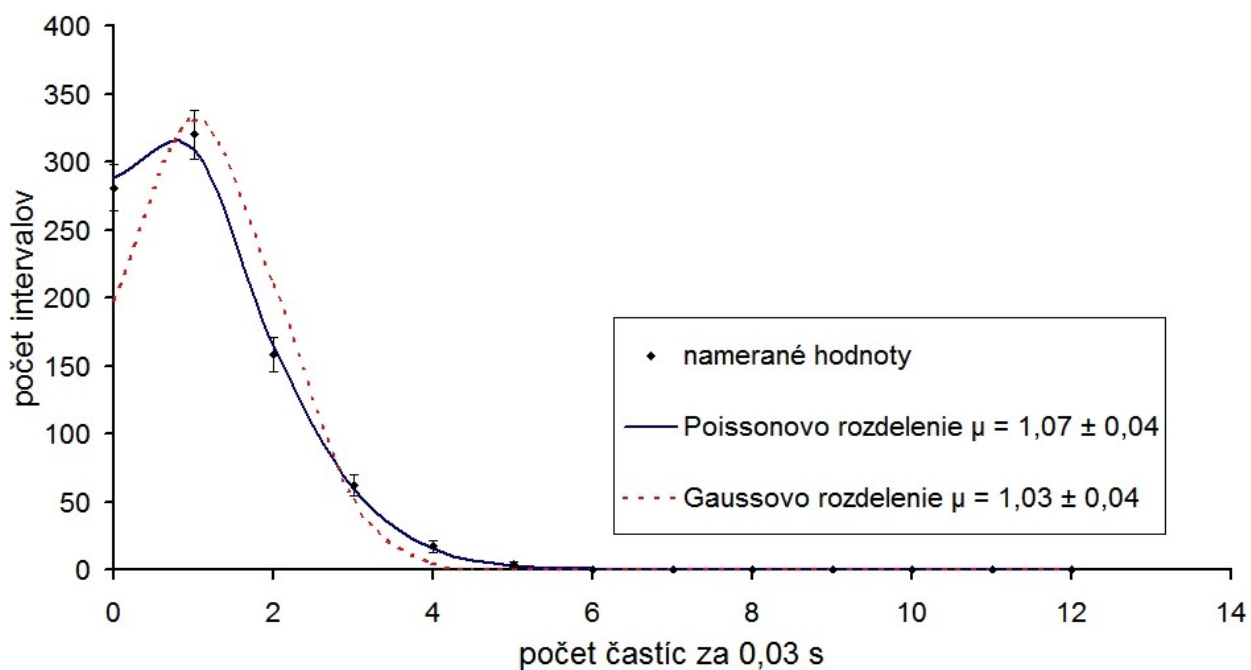
Zmeral som intenzitu žiarenia v dvoch rôznych vzdialenostiach a dobu, počas ktorej je potrebné merať, aby bola dosiahnutá štatistická presnosť 1 %.

## Literatúra:

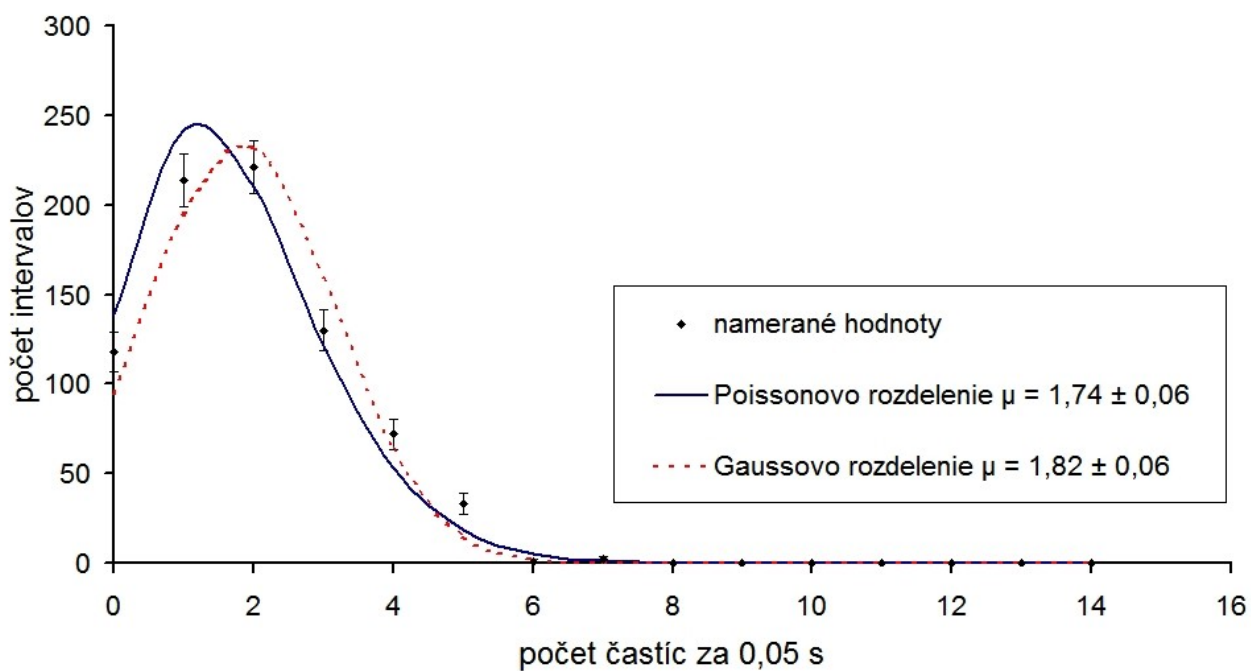
- [1] Študijný text k úlohe A14; <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>  
[2] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha, 1999



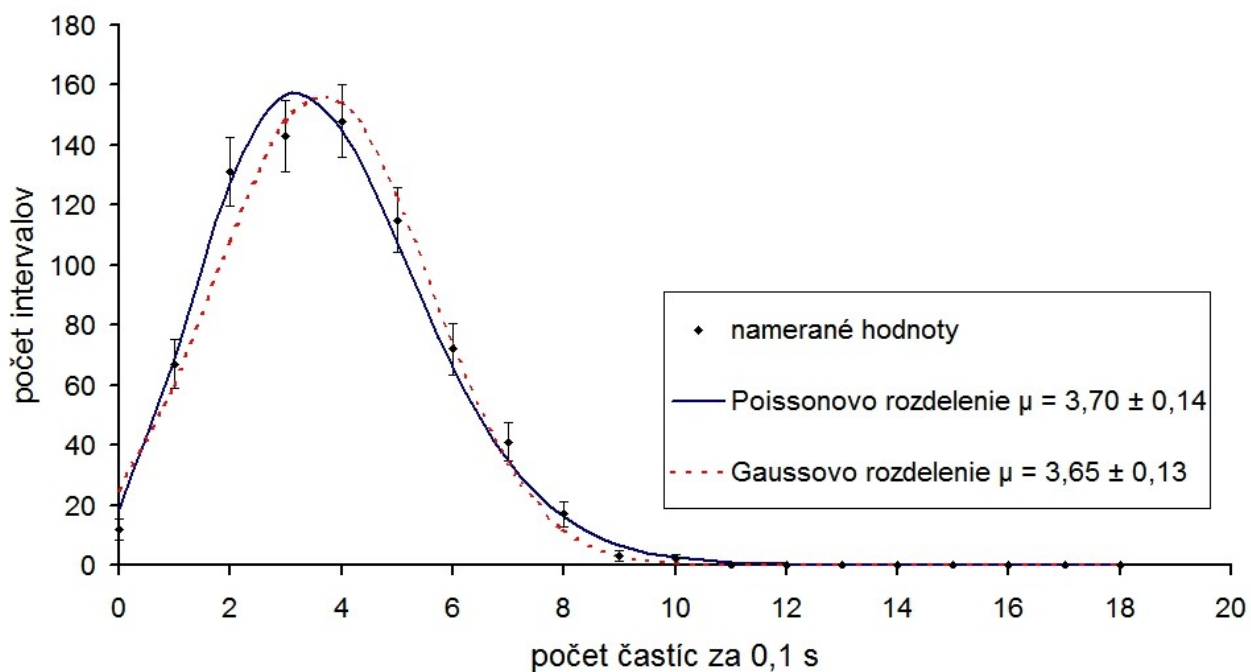
Graf 2 - Histogram početnosti častíc v intervaloch dĺžky 0,03 s



Graf 3 - Histogram početnosti častíc v intervaloch dĺžky 0,05 s



Graf 4 - Histogram početnosti častíc v intervaloch dĺžky 0,1 s



Graf 5 - Histogram početnosti častíc v intervaloch dĺžky 0,8 s

